REKONSTRUKTION VON SEISMISCHEN REFLEKTOREN GRUNDLAGENUNTERSUCHUNG AN SYNTHETISCHEN SEISMOGRAMMEN

INAUGURAL – DISSERTATION

zur

Erlangung des Doktorgrades

der Naturwissenschaften

vorgelegt beim Fachbereich Geowissenschaften

der Johann-Wolfgang-Goethe Universität

zu Frankfurt am Main

von

PAUL TEMME

Spachbrücken/Dieburg jetzt Reinheim

Frankfurt am Main

1983

REKONSTRUKTION VON SEISMISCHEN REFLEKTOREN
GRUNDLAGENUNTERSUCHUNG
AN SYNTHETISCHEN SEISMOGRAMMEN

INAUGURAL – DISSERTATION

zur

Erlangung des Doktorgrades

der Naturwissenschaften

vorgelegt beim Fachbereich Geowissenschaften

der Johann-Wolfgang-Goethe Universität

zu Frankfurt am Main

von

PAUL TEMME

Spachbrücken/Dieburg jetzt Reinheim

Frankfurt am Main

1983

Gedruckt mit Genehmigung des Fachbereichs Geowissenschaften
der Johann Wolfgang Goethe-Universität zu Frankfurt am Main

Dekan: Prof. Dr. K. Vogel
Erster Berichterstatter: Prof. Dr. G. Müller
Zweiter Berichterstatter: Prof. Dr. H. Berckhemer

Tag der Promotion: 12. August 1983

Inhaltsverzeichnis

		Seite
Zusammenfassung/Abstract		
1.	Einführung	1
	Summationsmigration	3
	Kirchhoff-Migration	4
	Frequenz-Wellenzahl-Migration	7
	Finite-Differenzen-Migration	8
	Migration von Felddaten	9
	Problemstellung	13
2.	Grundlagen seismischer Rekonstruktion	14
2.1	Wellenfeldfortsetzung und Abbildungsprinzip	15
	CMP-Migration	17
	Einzelschuß-Migration	18
	Ebene-Wellen-Migration	19
2.2	Die Einwegwellengleichung der FD-Migration	21
2.3	Numerische Lösung der Einwegwellengleichung mit der Methode der Finiten Differenzen	26
3.	Berechnung synthetischer Seismogramme	31
3.1	Überblick der Methoden	32
3.2	Finite-Differenzen-Verfahren zur Berechnung synthetischer Seismogramme für den SH-Fall	34
3.3	Absorbierende Randbedingungen	36
4.	Modellrechnungen	38
4.1	Rekonstruktion einer Synklinalstruktur	38
4.2	Migration der CMP-Sektion	41
	Grundlagen	41
	Anwendung	47
	Zusammenfassung	49
4.3	Migration der Einzelschuß-Sektion	49
	Zusammenfassung	53
4.4	Migration der Ebene-Wellen-Sektion	53
	Grundlagen	53
	Anwendung	57
	Zusammenfassung	62
5.	Amplitudenbetrachtungen migrierter Sektionen	63
5.1	Reflexionskoeffizient eines horizontalen Reflektors mit lateral variablen Materialeigenschaften	67
	Ebene-Wellen-Experiment	71
	Einzelschuß-Experiment	73
	CMP-Experiment	74

Seite

5.2 Reflexionskoeffizient eines geneigten Reflektors mit lateral variablen Materialeigenschaften 80

Ebene-Wellen-Experiment 82
Einzelschuß-Experiment 85
CMP-Experiment 85

5.3 Reflexionskoeffizient der Synklinale 86

Ebene-Wellen-Experiment 89
Einzelschuß-Experiment 89

5.4 Zusammenfassung 90

6. Diskussion und Folgerungen für die praktische Anwendung 91

7. Literaturverzeichnis 98

Zusammenfassung

Für die einfachen zweidimensionalen Modellstrukturen einer Synklinale, eines horizontalen und eines geneigten Reflektors mit lateral variablen Materialeigenschaften wurde ein Vergleich der CMP-, Einzelschuß- und Ebene-Wellen-Migration durchgeführt. Ziel der Untersuchung war die Rekonstruktion der Untergrundstruktur aus einem an der Oberfläche bekannten Wellenfeld, wobei unter Rekonstruktion die genaue Lokalisierung von Reflexionselementen und die Bestimmung des Reflexionskoeffizienten verstanden wird. Die Untersuchung wurde an synthetischen Seismogrammen durchgeführt. Eine seismische Linienquelle wurde an der Oberfläche vorgegeben und der Wellenausbreitungsvorgang von der Quelle zum Reflektor und zurück an die Oberfläche berechnet, indem die skalare Wellengleichung mit Hilfe der Methode der Finiten-Differenzen numerisch gelöst wurde. Die Reflexionsantwort der Struktur für ein Einzelschuß-Experiment wurde entlang einer um den Schußpunkt symmetrischen Geophonauslage ermittelt. Zur Simulation des Feldfalles wurde die Schußpunkt-Geophon-Anordnung über die Struktur entlang der Oberfläche hinweggeführt und das Experiment an verschiedenen Positionen wiederholt. Aus den Einzelschuß-Sektionen wurde zum einen die CMP-Stapelsektion konstruiert, wobei eine 18fache Überdeckung realisiert wurde, und zum anderen die Ebene-Wellen-Antwort synthetisiert. Die Rekonstruktion des Untergrundes aus der CMP-, Einzelschuß- und Ebene-Wellen-Sektion erfolgte mit Hilfe der 45° Finite-Differenzen-Migration, wobei für den Fall des Einzelschusses und der ebenen Welle die für die CMP-Technik übliche Abbildungsbedingung modifiziert wurde. Der Reflexionskoeffizient der Struktur wurde durch Vergleich des migrierten Wellenfeldes mit dem einfallenden Wellenfeld auf dem Reflektor ermittelt.

Es zeigte sich, daß der Reflektor mit allen drei Migrationsverfahren geometrisch rekonstruiert werden konnte. Aufgrund der endlichen Auslagenlänge der Einzelschuß-Experimente, die für die CMP-Migration geeignet ist, können sowohl bei der Einzelschuß- als auch bei der Ebene-Wellen-Migration nur

Teilbereiche des Reflektors rekonstruiert werden. Einzelschuß- und Ebene-Wellen-Migration eignen sich zur Bestimmung des Reflexionskoeffizienten, im Gegensatz zur CMP-Migration, die in komplizierten Fällen zu falschen Aussagen über die Reflexionsstärke führt.

Abstract

A comparison of CMP-, single-shot and plane-wave migration was made for simple two-dimensional structures such as a syncline and horizontal and inclined reflectors with laterally varying reflection coefficients. The study aims at a reconstruction of the subsurface structure from the known wavefield at the surface. Here reconstruction terms the exact localization of reflecting elments and the determination of the reflection coefficient. The analysis has been made using synthetic seismograms. A seismic line source was prescribed at the surface and the wave propagation from the source to the reflector and back to the surface was calculated using a Finite-Difference technique to solve the scalar wave equation. The reflected wavefield of the single-shot experiment was determined along a geophone array arranged symmetrically with respect to the shot point. In order to simulate field experiments the shot point - geophone configuration was shifted across the structure and the experiments were repeated at different positions at the surface. The single-shot sections were used to simulate the CMP-section (by 18-fold stacking) and to synthesize the plane-wave response. To reconstruct the subsurface the 45°-Finite-Difference migration scheme was used. In the cases of single-shot and plane-wave migration the commonly employed CMP imaging condition was modified. The reflection coefficient of the structure was determined by comparing the migrated wavefield with the incident wavefield at the reflector.

Each of the three migration techniques can successfully be applied to reconstruct the reflector position. As a consequence of the finite aperture of the single-shot experiment only segments of the reflector can be reconstructed by single-shot and plane-wave migration. Single-shot and plane-wave migration techniques can be employed to determine the reflection coefficient. Applying the CMP-migration to complicated geometries leads to incorrect reflection coefficients.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41523716_0005

1. Einführung

Die Reflexionsseismik bietet das beste bisher bekannte geophysikalische Meßverfahren zur Erkundung von Öl-, Gas- und Kohlelagerstätten. Mit künstlichen seismischen Quellen, wie beispielsweise Bohrlochsprengungen oder Vibratoren, werden elastische Wellen in den Untergrund geschickt, und die Reflexion der Struktur wird an der Erdoberfläche gemessen. Ursachen für die Reflexion sind seismische Diskontinuitäten, an denen sich die physikalischen Materialparameter Dichte und Geschwindigkeit ändern. Die Reflexionsseismik wird zur Vorerkundung eingesetzt, d.h., die Interpretation der Meßdaten liefert nur Hinweise, an welcher Stelle im Untergrund nach Rohstoffen zu suchen ist. Bohrungen liefern den endgültigen Aufschluß über die genaue Position der Lagerstätte.

Wir interessieren uns hier für die Methode, wie aus den Meßdaten Rückschlüsse auf die Struktur gezogen werden können. Zum einen soll der Untergrund geometrisch rekonstruiert werden, d.h., aus den Meßdaten muß die Information über die Tiefe, die Neigung und die Begrenzung von Reflexionselementen mit genauer Angabe des Ortes geologischer Störungen, gewonnen werden. Zum anderen sollen aus den Meßdaten Aussagen über die Materialeigenschaften erschlossen werden, mit denen sich das charakteristische geologische Umfeld einer Lagerstätte rekonstruieren läßt. Die physikalische Meßgröße, die über die Reflexionsseismik zugänglich ist, ist die Geschwindigkeit und die Dichte. Die Änderung der Impedanz, die durch das Produkt dieser beiden Materialparameter gegeben ist, bestimmt den Reflexionskoeffizienten, der zusätzlich noch vom Einfallswinkel der einfallenden Welle abhängig ist.

Unter Rekonstruktion verstehen wir hier zusammenfassend die Ableitung der geometrischen Schichtungsverhältnisse und die Bestimmung des Reflexionskoeffizienten einzelner Reflexionselemente aus der an der Erdoberfläche gemessenen seismischen Reflexionsantwort.

Wir betrachten in dieser Arbeit ausschließlich den skalaren Fall, d.h., die Wellenausbreitung wird durch die skalare Wellengleichung beschrieben. Dies ist eine in der Seismik übliche Näherung, bei der unter der Wellenfeldgröße der Druck oder das Potential einer Verschiebung verstanden wird. In der Reflexionsseismik wird die Reflexion des Untergrundes mit Vertikal-Geophonen gemessen, die nur die Vertikalkomponente der Verschiebung aufzeichnen. Es wird näherungsweise angenommen, daß die Vertikalkomponente des Wellenfeldes die skalare Wellengleichung erfüllt.

Im Speichergestein vorhandenes Erdöl und Erdgas sammelt sich in sogenannten 'Fallen', wenn die porösen ölführenden Schichten, die nach oben durch undurchlässige Tone abgeschlossen sind, Neigungen, Aufwölbungen und Aufspaltungen erfahren haben. Die anfängliche Gleichverteilung der Kohlenwasserstoffe im Speichergestein ändert sich und es kommt zu Ansammlungen beweglichen Erdöls in bestimmten Bereichen der ölführenden Schicht. Die Fallen finden sich in Sedimentbecken, wobei bereits Tiefenbereiche bis 9000 m ausgebeutet werden. Sie sind immer dort zu suchen, wo auch komplizierte geometrische Schichtungsverhältnisse vorliegen, die wiederum die seismische Reflexionsantwort an der Erdoberfläche schwer interpretierbar machen. Jede Verwerfung ist Ausgangspunkt diffraktierter Wellenenergie, die im seismischen Abbild die Begrenzung der Reflexionselemente verschmiert. Die Reflexionen geneigter Schichten werden an der Oberfläche seitlich versetzt registriert, so daß der Ort des Reflektors nicht angegeben werden kann. Diese störenden Einflüsse erschweren die Interpretation, bzw. machen sie sogar unmöglich. Bei der Kohleexploration liegen die Verhältnisse ähnlich. Zwar sucht man weniger nach den kohleführenden Schichten, die im Gegensatz zur Erdöllagerstätte i.a. näher an der Erdoberfläche liegen, sondern möchte in tektonisch stark beanspruchten Schichtungen Verwerfungen und Störungen des Kohleflözes finden, deren Verlauf für den Kohleabbau wichtig ist.

In den letzten 10 Jahren wurde die Entwicklung und Verbesserung von Rekonstruktionsverfahren heftig vorangetrieben. Sie sind allgemein unter dem Begriff Wellengleichungs-Migrationsverfahren bekannt geworden und ermöglichen eine Verbesserung des seismischen Datenmaterials für Interpretationszwecke. Als Eingabedaten für

den Migrationsprozeß werden Zeitsektionen verwendet, die das an die Oberfläche reflektierte Wellenfeld darstellen und sich aus in konstanten Abständen gemessenen Seismogrammen zusammensetzen. Das Ergebnis der Migration bilden Tiefensektionen, die ähnlich den Zeitsektionen ein 'Wellenfeld' darstellen, jedoch aus Seismogrammen bestehen, die nicht im Zeit-, sondern im Tiefenmaßstab dargestellt sind. In diesen Tiefensektionen konzentriert sich die diffraktierte Wellenenergie am Diffraktor, dem Ort ihrer Entstehung. Reflektoren sind lagerichtig dargestellt und durch kohärente Impulse erkennbar, wobei die Amplituden als Maß für die Reflexionsstärke angesehen werden. Will man den Reflektor lagerichtig darstellen und die diffraktierte Energie am Diffraktionspunkt konzentrieren muß man das Wellenfeld auf dem Reflektor berechnen. Prinzipiell unterscheiden sich die Migrationsverfahren in der Art der Lösung des Wellenfeldfortsetzungsproblems. Wellenfeldfortsetzung bedeutet dabei das Lösen der Wellengleichung für beliebige Tiefenniveaus, bei Kenntnis des Wellenfeldes an der Erdoberfläche. Physikalisch läßt sich der Vorgang der Wellenfeldfortsetzung so interpretieren, als positionierte man zur Messung der Reflexionsantwort die Meßapparaturen auf dem Reflektor. Migrationsverfahren benötigen Kenntnisse über die Geschwindigkeitstiefenverteilung. Falsche Geschwindigkeitsannahmen führen zur falschen Abbildung der Reflektorlage und -position und bewirken, daß Diffraktionen unvollständig zusammengezogen werden. Informationen über die Geschwindigkeiten sind über andere Methoden zu gewinnen und fallen nicht als Resultat des Migrationsprozesses an. Im folgenden werden kurz die wichtigsten Migrationsverfahren vorgestellt.

Summationsmigration

Grundlage für die auf Rechenanlagen programmierte Summationsmigration bildet ein von Hagedoorn (1954) entwickeltes geometrisches Migrationsverfahren, das sich folgendermaßen charakterisieren läßt. Jeder im Untergrund liegende Diffraktionspunkt, wobei unendlich viele solcher Diffraktoren sich zu einem Reflektor zusammensetzen, erzeugt an der Erdoberfläche als Diffraktionsantwort eine Laufzeithyperbel, deren Krümmung von der Materialgeschwindigkeit oberhalb des Diffraktionspunktes abhängt. Dabei ist unter Laufzeit die Laufzeit von einem beliebigen

Schußpunkt an der Erdoberfläche entlang eines vertikalen Strahls zum Diffraktor und zurück an die Oberfläche zu verstehen. Hagedoorn bezeichnete diese Hyperbel, deren Scheitel, wenn die Materialgeschwindigkeit konstant ist, vertikal über dem Diffraktionspunkt liegt, als 'Kurve maximaler Konvexität'. Alle Reflexionseinsätze, die in der Zeitsektion tangential an der Hyperbel anliegen, haben dann ihre wahre Position auf der horizontalen Achse im Scheitel der Hyperbel, deren Vertikalzweiweglaufzeit sich bei Kenntnis der Geschwindigkeit in eine Tiefe des Diffraktors umrechnen läßt.

Bei der Anwendung auf digitalen Rechenanlagen verfährt man so, daß in einer gemessenen Zeitsektion Amplitudenwerte entlang Hyperbeln aufsummiert werden und das Ergebnis der Summation in den Scheitel geschrieben wird. Behält man als Koordinate die Zeit bei, spricht man von Zeitmigration. Da jedoch die Geschwindigkeit und der Ort des Schußpunktes bekannt sind, denn die Hyperbelkrümmung wurde über sie bestimmt, kann man die Scheitellaufzeit ebenso in eine Tiefe umrechnen und erhält die 'tiefenmigrierte' Reflexionsantwort. Finden sich bei dieser automatischen Prozedur Reflexionseinsätze entlang den Hyperbeln, addieren sich diese kohärent auf und vergrößern die Amplitude im Scheitel. Die Hyperbelsummation wird systematisch für alle Zeit- und Ortskoordinaten durchgeführt, wobei jeder Amplitudenwert entlang der Diffraktionshyperbel mit gleichem Gewicht zur Gesamtsumme beiträgt. Eine Verbesserung der Summationsmigration stellt die Kirchhoff-Migration dar.

Kirchhoff-Migration

Die Kirchhoff-Migration erfolgt nach der Formel

$$U_p = \frac{1}{4\pi} \int_S \left\{ \left(\frac{1}{r^2} U\left(t + \frac{r}{v}\right) - \frac{1}{rv} \frac{\partial U\left(t + \frac{r}{v}\right)}{\partial t} \right) \cos\varphi + \frac{1}{r} \frac{\partial U\left(t + \frac{r}{v}\right)}{\partial n} \right\} dS$$

Das Kirchhoff Integral ist eine exakte Lösung der skalaren Wellengleichung und gibt an, wie sich eine Wellenfeldgröße im Innern eines Volumens aus Werten an seiner geschlossenen Oberfläche berechnen läßt.

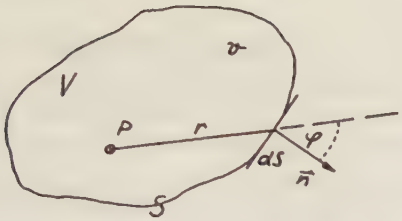


Abb. 1.1

Geometrie zur Kirchhoff Migration
S Oberfläche
V Volumen mit der Geschwindigkeit v
P Aufpunkt, an dem das Wellenfeld berechnet wird

Bekannt sein muß die Wellenfeldgröße U, ihre zeitliche Ableitung $\frac{\partial U}{\partial t}$ und ihre Normalableitung $\frac{\partial U}{\partial n}$ über die gesamte Oberfläche S. Angenommen wird, daß die Geschwindigkeit v im Innern des Volumens V konstant ist. Die Wellenfeldgröße U ist zu negativ retardierten Zeiten zu nehmen, d.h., zum Wellenfeld in P zur Zeit t trägt die Wellenanregung in einem Randpunkt, der von P den Abstand r hat, zu einem späteren Zeitpunkt $t + \frac{r}{v}$ bei. Die Kirchhoff-Migrationsformel rechnet das Wellenfeld zeitlich rückwärts. Im allgemeinen dreidimensionalen Fall der Seismik stellt man sich die geschlossene Oberfläche aus der Ebene der Erdoberfläche und einer unendlich tief im Untergrund entfernten Halbkugeloberfläche, deren Wellenfeldgrößen zur Lösung nichts beitragen, zusammengesetzt vor. Die Erdoberfläche enthält das gemessene reflektierte Wellenfeld. French (1975) verwendete die Kirchhoff-Formel zur Migration modellseismischer Experimente, die im dreidimensionalen Experiment gewonnen wurden. Schneider (1978) gibt das Kirchhoff-Integral zur Migration des zweidimensionalen Falles an, bei dem die seismische Quelle einer Linienquelle entspricht und die Struktur von einer Raumkoordinate unabhängig ist. Das reflektierte Wellenfeld wird dabei nur entlang einer Ortskoordinate an der Erdoberfläche registriert. Man erhält für die Wellenfeldgröße U an der Stelle x_p, $z_p > 0$ im Untergrund als Funktion der Zeit den Ausdruck

$$U(x_p, z_p, t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial U(x,0,t)}{\partial t} * \frac{t \cos\varphi}{r\left(t^2 - \frac{r^2}{v^2}\right)^{1/2}} H\left(-t - \frac{r}{v}\right) dx ,$$

$$U(x_p, z_p, t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial U(x,0,\tau)}{\partial t} \frac{(t-\tau)\cos\varphi}{r\left((t-\tau)^2 - \frac{r^2}{v^2}\right)^{1/2}} H\left(-(t-\tau) - \frac{r}{v}\right) d\tau\, dx .$$

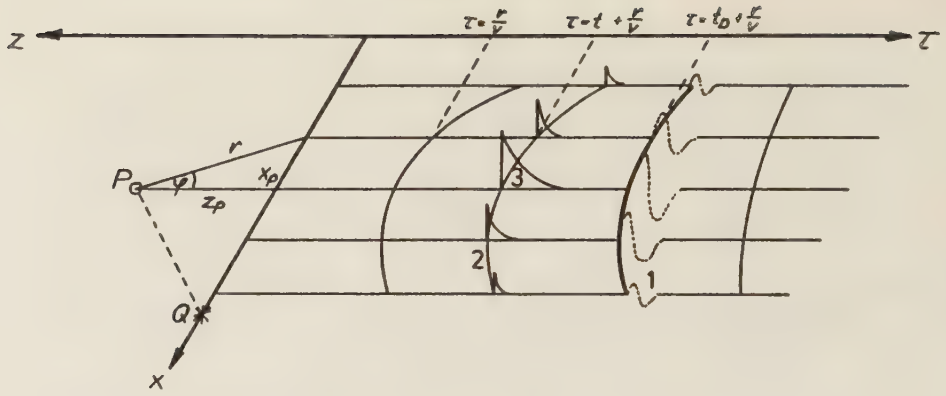


Abb. 1.2 Wellenfeldfortsetzung mit der Kirchhoff-Formel im 2-dimensionalen Fall, (x,τ) Zeitsektion an der Oberfläche $z = 0$

1 Reflexionsantwort $\frac{\partial u}{\partial t}$ eines Diffraktionspunktes in P

2 Summationshyperbel $\tau = t + r/v$

3 Fortsetzungsoperator $\frac{(t-\tau)\cos\varphi}{r((t-\tau)^2 - r^2/v^2)^{3/2}} H(-(t-\tau) - r/v)$

v Materialgeschwindigkeit

$t_D = \frac{\overline{QP}}{v}$ Laufzeit der direkten Welle von der Quelle Q zum Diffraktor bei P

Zur Berechnung der Wellenfeldgröße U an der Stelle x_p, z_p zu einem bestimmten Zeitpunkt t, werden die Beiträge der zeitlichen Ableitung $\frac{\partial u}{\partial t}$ an der Oberfläche entlang Hyperbeln $\tau = t + r/v$ aufsummiert. Die Summation erfolgt jedoch im Gegensatz zur Summationsmigration gewichtet, wobei das Gewicht sich durch Faltung von $\frac{\partial u}{\partial t}$ mit dem Operator $\frac{(t-\tau)\cos\varphi}{r((t-\tau)^2 - r^2/v^2)^{3/2}} H(-(t-\tau) - r/v)$ ergibt. Je größer r im Vergleich zu z_p ist, desto geringer ist der Beitrag der Amplitude im entsprechenden Seismogramm. Führt man die Operation für alle x_p und t im Niveau z_p durch, erhält man das in z_p fortgesetzte Wellenfeld. Zum Zeitpunkt t_D summiert man gerade über die Diffraktion der von der Quelle Q zum Diffraktor P gelaufenen Welle und erhält daher besonders große Amplituden im fortgesetzten Wellenfeld des Tiefenniveaus z_p an der Stelle des Diffraktors P zum Zeitpunkt des Eintreffens der einfallenden Welle von Q. Exakt gilt das Kirchhoff - Migrationsverfahren für den Fall, daß die Materialgeschwindigkeit v im Untergrund konstant ist.

Für Strukturen mit lateral variabler Geschwindigkeit gilt es nur näherungsweise. Vorteilhaft bei diesem Verfahren ist die Anwendbarkeit auf Reflexionsdaten, die über sehr steilen Reflektorelementen gemessen wurden. Weiterhin setzt die Auswertung des Integrals nicht voraus, daß das Wellenfeld an der Erdoberfläche mit gleichabständig positionierten Empfängern aufgenommen wurde. Bei der Anwendung der Kirchhoff-Migration auf realistische Felddaten besteht durch die Summation entlang der Diffraktionshyperbeln außerdem die Möglichkeit der Verbesserung des Signal-Noise-Verhältnisses, da die durch die Bodenunruhe erzeugten Störsignale (Noise) unkorreliert sind und sich bei der Summation entlang den Hyperbeln zerstapeln (Schneider, 1978).

Frequenz-Wellenzahl-Migration (ω-k-Migration)

Die Lösung des Wellenfeldfortsetzungsproblems läßt sich besonders effektiv im Frequenz-Wellenzahl-Raum durchführen. Die Berechnung des Wellenfeldes in einer beliebigen Tiefe erfolgt durch Multiplikation der zweidimensionalen Fouriertransformierten des bekannten Wellenfeldes an der Erdoberfläche mit einem Fortsetzungsoperator:

$$\bar{U}(k_x, z, \omega) = \bar{U}(k_x, 0, \omega) \exp\left\{ iz \sqrt{\frac{\omega^2}{v^2} - k_x^2} \right\} \qquad (1.1)$$

$\bar{U}$ zweidimensionale Fouriertransformierte der Wellenfeldgröße
v Materialgeschwindigkeit
ω Frequenz
k horizontale Wellenzahl in x-Richtung
z Tiefenkoordinate, positiv nach unten

Die anschließende zweidimensionale Rücktransformation in den Orts-Zeit Bereich ergibt das gesuchte fortgesetzte Wellenfeld:

$$U(x, z, t) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{U}(k_x, z, \omega) \exp\{ i(\omega t - k_x x) \} \, d\omega \, dk_x \qquad (1.2)$$

Die Fouriertransformationen lassen sich besonders schnell mit Hilfe der FFT (Fast Fourier Transform) nach dem Cooley-Tukey-Algorithmus auf digitalen Rechenanlagen durchführen. Die Wellenfeldfortsetzung, wie oben angegeben, ist eine exakte Lösung der

skalaren Wellengleichung, wenn die Materialgeschwindigkeit v = const ist. Auch dieses Migrationsverfahren eignet sich gut zur Rekonstruktion von steil einfallenden Reflektoren (Hood, 1978).

Stolt (1978) entwickelte ein besonders effektives und schnelles ω-k Migrationsverfahren, bei dem direkt aus dem einmalig transformierten Wellenfeld an der Oberfläche $\bar{U}(k_x,0,\omega)$ die gesamte Tiefenstruktur M(x,z) nach nochmaliger Rücktransformation in den Ortsbereich berechnet werden kann. Formuliert wurde dieses Verfahren für den Zero-Offset-Fall, bei dem die Reflexionsantwort nur an dem Ort gemessen wird, an dem sich auchdie seismische Quelle befindet. Das fortgesetzte Wellenfeld wird dabei nur für den Zeitpunkt t = 0 berechnet und die Materialgeschwindigkeit durch $c=v/2$ ersetzt. Beide Annahmen werden im Kapitel 2.1 noch genauer erläutert werden. Aus den Gleichungen (1.1) und (1.2) erhalten wir zunächst

$$M(x,z) = U(x,z,0) = \frac{1}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\bar{U}(k_x,0,\omega)\exp\left\{i\left(k_x x + z\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2}-k_x^2}\right)\right\}d\omega\,dk_x$$

Mit der Substitution $k_z = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2}-k_x^2}$ läßt sich die Frequenz ω ersetzen durch $\omega = c\sqrt{k_x^2+k_z^2}$ und es gilt $\frac{d\omega}{dk_z} = \frac{ck_z}{\sqrt{k_x^2+k_z^2}}$

Das Doppelintegral läßt sich auf diese Weise auf ein Fourierintegral zurückführen, das sich mit der FFT berechnen läßt. Es ergibt sich für die Tiefenstruktur:

$$M(x,z) = \frac{1}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\underbrace{\frac{c}{\sqrt{1+\frac{k_x^2}{k_z^2}}}\,\bar{U}\left(k_x,0,ck_z\sqrt{1+\frac{k_x^2}{k_z^2}}\right)}_{\bar{M}(k_x,k_z)}\exp\left\{i(k_x x + k_z z)\right\}dk_x\,dk_z$$

Die Fouriertransformierte $\bar{M}(k_x,k_z)$ muß an gleichabständigen k_x- und k_z-Werten berechnet werden. Dazu muß die Fouriertransformierte $\bar{U}(k_x,0,\omega)$ des an der Oberfläche gemessenen Wellenfeldes U(x,0,t) interpoliert werden.

Finite-Differenzen-Migration

Als letztes Migrationsverfahren soll hier kurz die Finite-Differenzen-Migration erwähnt werden. Da dieses Verfahren im

folgenden für die Untersuchungen verwendet wurde, sind die Grundlagen ausführlich im Kapitel 2 dargestellt. Claerbout und Johnson (1971) formulierten eine Näherung der akustischen Wellengleichung und ihre Lösung mit der Methode der Finiten Differenzen. Die partiellen Ableitungen der Wellenfeldgröße nach dem Ort und der Zeit werden bei dieser Methode durch endliche Differenzenausdrücke approximiert und das Lösungsschema auf Stabilität hinsichtlich der Intervalle der Orts- und Zeitkoordinaten untersucht. Der Frequenzgehalt des fortgesetzten Wellenfeldes bleibt erhalten, d.h., die Übertragungsfunktion des Migrationsoperators entspricht wie bei dem ω-k-Migrations- und dem Kirchhoff-Migrationsverfahren einem Allpaßfilter, der nur die Phasen des reflektierten Wellenfeldes verändert. Die Approximation der akustischen Wellengleichung durch eine genäherte Wellengleichung hat einerseits erst die Möglichkeit der Finiten-Differenzen-Formulierung ermöglicht, andererseits jedoch den Nachteil mit sich gebracht, daß steile Reflektorneigungen nur genähert rekonstruiert werden können. Bessere Approximationen sind jedoch bereits formuliert worden (Claerbout, 1976, S. 206; Riley und Claerbout, 1976; Berkhout, 1979) mit denen Reflektorneigungen bis zu 60° gut behandelt werden können. Der große Vorteil, den das Finite-Differenzen-Verfahren gegenüber den oben erwähnten Migrationsverfahren aufweist, liegt in seiner Anwendbarkeit auf Strukturen, deren Geschwindigkeit vom Ort abhängig ist. Kirchhoff-Migration und ω-k-Migration sind Rekonstruktionsverfahren, die 'global' die Geschwindigkeit als konstant voraussetzen. Im Gegensatz dazu wird beim FD-Verfahren die Geschwindigkeit nur 'lokal' konstant angenommen. Judson et al. (1980) und Schultz und Sherwood (1980) verwendeten das Finite-Differenzen-Schema zur Lösung der Wellenfeldfortsetzung bei lateral inhomogenen Medien unter Berücksichtigung der Brechungseffekte an Diskontinuitäten.

Migration von Felddaten

Loewenthal et al. (1976) demonstrierten die routinemäßige Anwendung der FD-Migration auf gemessene Felddaten, die in Form von CMP-Sektionen (CMP = common midpoint, siehe Kap. 4.2) vorlagen und konnten die Qualität dieser Stapelsektionen entscheidend

verbessern, obwohl die laterale Geschwindigkeitsvariation keine Berücksichtigung fand. Das Verfahren, das später zu den Standardbearbeitungsmethoden zählte, basierte auf zwei grundlegenden Annahmen:

- Es wurde erstens angenommen, daß die aus vielen Einzelschußexperimenten konstruierte CMP-Sektion einer Zero-Offset-Sektion entspricht, bei der die Reflexionsantwort nur am Ort der seismischen Quelle gemessen wird. Mit dieser Schußpunkt-Geophonanordnung wird die gesamte Struktur vermessen.

- Zweitens wurde angenommen, daß eine Zero-Offset-Sektion modelliert werden kann, wenn auf dem Reflektor seismische Quellen verteilt sind, die alle zum gleichen Zeitpunkt t = 0 explodieren (exploding reflector model) und Wellen an die Oberfläche abstrahlen, die sich mit halber Materialgeschwindigkeit ausbreiten.

Für den Rekonstruktionsprozeß bedeutet dies, daß die an der Erdoberfläche bekannte Zero-Offset-Sektion mit halber Materialgeschwindigkeit in die Tiefe fortgesetzt werden muß. Kennt man das Wellenfeld in einem bestimmten Tiefenniveau, so ordnet man diesem Niveau die Amplituden des fortgesetzten Feldes zum Zeitpunkt t = 0 als Reflexionsstärke zu. Beide Annahmen gelten allerdings nur, wenn die Reflektoren horizontal gelagert sind und die Geschwindigkeit lateral konstant bleibt (Yilmaz und Claerbout, 1980). Bei starken Schichtneigungen und stark gekrümmten Reflektoren liefert die CMP-Stapeltechnik unbefriedigende Resultate. Die Stapelgeschwindigkeiten lassen sich nicht mehr einfach abschätzen, so daß primäre Nutzenergie zerstapelt werden kann (Levin, 1971; Dunkin und Levin, 1973; Doherty und Claerbout, 1976). Weiterhin kann man in diesen Fällen erwarten, daß die Amplituden der künstlich zusammengestapelten CMP-Sektionen nicht denen einer wahren Zero-Offset-Sektion entsprechen, denn nur Laufzeitunterschiede zwischen schußnahen und schußfernen Spuren werden bei der CMP-Stapeltechnik korrigiert, jedoch Amplitudenkorrekturen vernachlässigt. Weiterhin konnte Kjartansson (1979) an synthetischen Seismogrammen nachweisen, daß Zero-Offset-Sektionen nicht mit dem Modell des explodierenden Reflektors

erzeugt werden können, wenn die Geschwindigkeiten lateral stark variieren. An Modellrechnungen konnte er zeigen, daß sich die Ergebnisse nicht nur hinsichtlich der Amplituden unterscheiden, sondern daß das exploding-reflector-model außerdem nicht alle Phasen vorhersagen kann, die ein exaktes Zero-Offset-Experiment liefert. Will man die Schwierigkeiten beider Annahmen bei komplizierten Schichtungen umgehen, bleiben zwei Möglichkeiten. Entweder man verwendet eine andere Stapeltechnik als die CMP-Technik oder man rekonstruiert den Untergrund direkt aus den Einzelschußexperimenten, bei denen zu je einem Schußpunkt die Reflexionsantwort entlang einer Geophonauslage gemessen wird und vermeidet die CMP-Stapelung. Das letztere Verfahren wird allgemein als Migration vor dem Stapeln bezeichnet.

Diskutieren wir zunächst die Alternative zum CMP-Stapelverfahren. Schultz und Claerbout (1978) empfehlen eine Stapelprozedur, die sie als 'slant stack' bezeichnen (siehe Kap. 4.4). Dieses Verfahren ermöglicht es aus der Reflexionsantwort einer Struktur, die mit einer an der Oberfläche befindlichen Linienquelle angeregt wurde, die Ebene Wellenantwort zu synthetisieren. Dies entspricht der Simulation des Falles, daß die Struktur anstelle mit einer Zylinder welle mit einer ebenen Welle angeregt wurde. Im Fall der Anregung einer horizontal geschichteten Struktur durch eine Explosionspunktquelle, zeigte Müller (1971) theoretisch die Möglichkeit der Rekonstruktion der Ebene -Wellenantwort auf. Die Theorie ist auf den Fall der Linienquellenanregung übertragbar und führt zur gleichen Slant-Stack Formel, wie sie Schultz und Claerbout angeben. Jedes Einzelschußexperiment liefert als Ebene-Wellenantwort ein Seismogramm. Aus dem gesamten Feldexperiment, bei dem zahlreiche Schußpunkte gemessen werden, erhält man die Ebene-Wellen-Sektion, die in diesem Fall als Eingabe für den Migrationsprozeß dient.

Die Migration vor dem Stapeln wurde von Schultz und Sherwood (1980) durchgeführt und wurde zur Rekonstruktion von Untergrundstrukturen mit oberflächennahen, lateral stark variierenden Geschwindigkeiten angewendet. Bei diesem Verfahren werden nacheinander folgende Schritte ausgeführt:

- Die Reflexionsantwort zu je einem Einzelschuß, die entlang einer Geophonauslage gemessen wird, wird um ein Tiefeninkrement Δz nach unten fortgesetzt. Die seismische Quelle befindet sich nach diesem Schritt an der Erdoberfläche und die Empfänger im Tiefenniveau Δz . Die Anwendung erfolgt auf jedes Einzelschußexperiment.

- Die Seismogramme, die alle an derselben horizontalen Geophonposition gemessen wurden, werden aus allen fortgesetzten Empfängerauslagen aussortiert und ebenfalls um das Tiefeninkrement Δz fortgesetzt. Für jede Geophonposition wird der Sortiervorgang und die Fortsetzung wiederholt. Das Prinzip der Reziprozität besagt, daß man zu einer Schußpunkt-Geophonanordnung dasselbe Wellenfeld mißt, wenn Schußpunkt und Geophon an ihren Positionen vertauscht werden. Die Wellenfortsetzung jeder Sektion mit gleicher Geophonposition bedeutet demnach die Fortsetzung aller an der Oberfläche gezündeten Schüsse.

- Man erhält den Reflexionskoeffizienten im Tiefenniveau Δz und an der Horizontalkoordinate des Geophons durch Herausgreifen der Zero-Offset-Spur zum Zeitpunkt t = 0.

- Wiederholung für weitere Tiefeninkremente.

Die Idee der Migration vor dem Stapeln läßt sich an der Abb. 1.3 veranschaulichen.

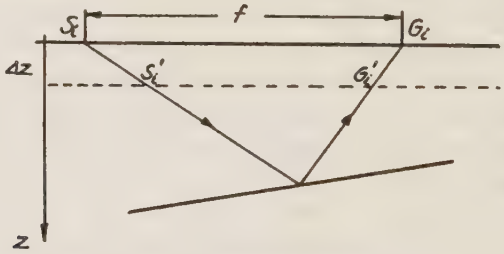


Abb. 1.3: Migration vor dem Stapeln
Schüsse und Empfänger werden in die Tiefe fortgesetzt.

Die Quellen und die Empfänger werden jeweils entlang des Laufwegs ihres seismischen Strahls von S_i nach G_i in die Tiefe fortgesetzt. Je näher die Quelle-Empfänger-Konfiguration dem Reflektor kommt, desto kleiner wird der Offset f und die Laufzeit von S_i' nach G_i'. Auf dem Reflektor ist f = 0, d.h., die Quellen- und Empfängerposition ist identisch und die Laufzeit t = 0. Das Verfahren ist unabhängig von der CMP-Stapeltechnik und die migrierte Sektion zeigt trotzdem ein Signal-Noise-Verhältnis, das vergleichbar mit dem der CMP-Sektion ist. Nachteilig

ist jedoch der enorm große Rechenaufwand, da alle Einzelschuß-experimente zweimal migriert werden müssen.

Problemstellung

Neben der Ebenen-Wellen-Migration und der Migration vor dem Stapeln kann man sich weiterhin als Alternative zum Standard-migrationsverfahren nach der CMP-Technik noch die Migration des einzelnen Schußexperiments vorstellen, bei der nur die entlang eines Geophonarrays gemessene Reflexionsantwort zu einem einzelnen Schuß als Eingabe für die Rekonstruktion verwendet wird. Hier soll die Möglichkeit der Rekonstruktion von Reflexionselementen aus Ebenen-Wellen-Sektionen und Einzelschuß-Sektionen im Vergleich zum CMP-Verfahren untersucht werden. Prinzipiell führen beide Alternativen zum CMP-Verfahren auf grundlegend andere Datenbearbeitungsverfahren. Die Simulation der Ebenen Wellen führt auf eine Stapelprozedur, bei der die Seismogramme eines einzelnen Schußexperiments statisch, d.h., für jeden Zeitpunkt im Seismogramm gleich, gestapelt werden, im Gegensatz zum CMP-Stapeln, bei dem zu jedem einzelnen CMP mehrere Einzelschußexperimente dynamisch gestapelt werden. Die Einzelschußmigration zum anderen verzichtet auf jede Stapelprozedur vor der Migration. Die Migrationsverfahren, die in diesem Fall nicht mehr auf dem Prinzip des explodierenden Reflektors beruhen,müssen dabei modifiziert werden. Sie basieren auf der Wellenfeldfortsetzung eines realen physikalischen Experiments und lassen vermuten, daß die Amplitudeninformation ausgewertet werden kann. Im Zusammenhang mit der Aufnahmetechnik im Feldexperiment interessiert, welchen Einfluß die Auslagenlänge auf die Einzelschuß- und Ebene-Wellen-Migration hat.

Der Vergleich von CMP-, Einzelschuß- und Ebene-Wellen-Migration wird an synthetischem Datenmaterial durchgeführt. Im Untergrund wird eine einfache Struktur vorgegeben und seine Vermessung, wie im Feldfall üblich, numerisch simuliert. Die synthetischen Seismogramme werden exakt durch Lösen der zweidimensionalen Wellengleichung für den SH-Fall berechnet (s. Kap. 3). Die Amplitudenverteilung in der Einzelschuß-Sektion

entspricht einem realistischen Experiment, bei dem eine nach unten laufende Welle auf dem Reflektor auftrifft, und ein Teil der Wellenenergie als Reflexion zurück an die Oberfläche reflektiert wird. Über die Verteilung der reflektierten Welle auf dem Reflektor werden keine Annahmen gemacht. Zur Rekonstruktion der vorgegebenen Struktur wird die Finite-Differenzen-Migration (45° FD-Migration) verwendet, die auf einer genäherten Einwegwellengleichung beruht. Die Erzeugung, d.h., Berechnung der synthetischen Seismogramme und die anschließende Rekonstruktion der Struktur erfolgt also über zwei unterschiedliche mathematische Beschreibungsweisen. CMP-, Einzelschuß- und Ebene-Wellen-Migration benutzen im hier verwendeten Formalismus die gleiche Wellenfeldfortsetzungsprozedur (siehe Kap. 2.2). Die Verfahren unterscheiden sich nur in der Abbildungsbedingung (Kap. 2.1), d.h., in der Zuordnung bestimmter Amplitudenwerte aus dem fortgesetzten Wellenfeld zum reflektierenden Element. Damit unterscheidet sich die hier verwendete Einzelschuß- und Ebene-Wellen-Migration von vergleichbaren anderen Rekonstruktionsverfahren, die in der Literatur erwähnt werden (Schultz und Claerbout, 1978; Schultz und Sherwood, 1980). Der geometrischen Rekonstruktion schließt sich eine Auswertung der Amplitudeninformation an, mit dem Ziel der Bestimmung des Reflexionskoeffizienten.

2. Grundlagen seismischer Rekonstruktion

Das Datenmaterial für die Rekonstruktion des seismischen Untergrundes bilden an der Erdoberfläche gemessene Zeitsektionen. Im Fall horizontaler Schichtung des Untergrundes ähneln diese in Raum-Zeit dargestellten Wellenfelder einem Tiefenschnitt durch die reflektierende Struktur. Kennt man die Geschwindigkeitstiefenverteilung, so lassen sich die Tiefenlagen der Reflektoren einfach berechnen. Komplizierte Schichtungen, die Neigungen und Verwerfungen aufweisen, verändern die seismischen Wellenfelder an der Oberfläche derart, daß in vielen Fällen die Rekonstruktion der Reflektoren mit einfachen Laufzeit-Tiefenumrechnungen nicht mehr möglich ist. Geneigte Reflektoren werden, wie bereits erwähnt in der Zeitsektion nicht lagerichtig

abgebildet, und Verwerfungskanten erzeugen Diffraktionen, die im Abbild an der Erdoberfläche ihre Begrenzung verschmieren. Diese störenden Einflüsse sind umso ausgeprägter, je tiefer der Reflektor liegt. Das Ziel der Migrationsverfahren besteht allgemein gesprochen darin, die störenden Einflüsse rückgängig zu machen, d.h., Reflektoren lagerichtig in einem Tiefenschnitt abzubilden und Diffraktionshyperbeln 'zusammenzuziehen'. Möglich ist dies, indem man das Wellenfeld auf dem Reflektor berechnet.

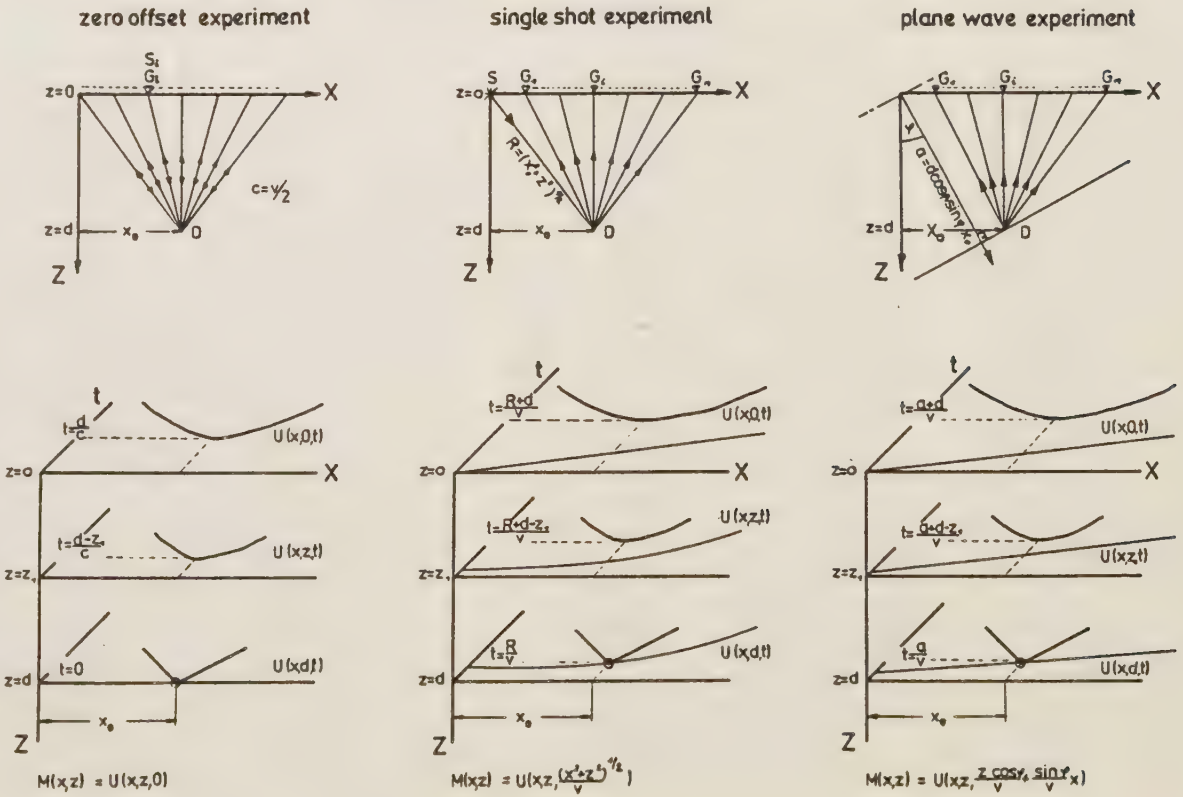
2.1 Wellenfeldfortsetzung und Abbildungsprinzip

Die Wellengleichungsmigration benutzt die skalare Wellengleichung, um das bekannte Wellenfeld an der Oberfläche in die Tiefe fortzusetzen. Dabei wird die Kenntnis der Geschwindigkeitstiefenverteilung für die Wellenfortsetzung vorausgesetzt. Nach J.F. Claerbout (1971) existieren Reflektoren an Stellen im Untergrund, wo die Ersteinsatzzeit der nach unten laufenden Welle D(x,z,t) zeitgleich mit einer nach oben laufenden Welle U(x,z,t) ist. Der Reflexionskoeffizient wird dabei als Quotient beider Wellen folgendermaßen definiert:

$$R(x,z) = \frac{U(x,z,t_D)}{D(x,z,t_D)}$$

Die Variable x bezeichnet die Horizontalkoordinate, z die Tiefenkoordinate und t_D die Ersteinsatzzeit der nach unten laufenden Welle, von der Erdoberfläche bis zum Reflektor gemessen. An Stellen im Untergrund, wo sich kein Reflektor befindet, muß die nach oben laufende Welle U(x,z,t) zum Zeitpunkt t_D verschwinden. Interessieren wir uns in erster Näherung nur für den Ort des Reflektors, so genügt es, die Einsatzzeit t_D der nach unten laufenden Welle am Reflektor zu bestimmen. Wir setzen das an der Oberfläche bekannte Wellenfeld U(x,z=0,t) in das Tiefenniveau z fort und greifen uns zur Zeit t_D, die natürlich von den Koordinaten (x,z) abhängig ist, die Amplitude von $U(x,z,t_D)$ heraus und ordnen diese der Tiefensektion an der Stelle (x,z) als Reflexionsstärke zu. Wir vernachlässigen, da wir $D(x,z,t_D)$ nicht berechnen, Brechungseffekte und im speziellen Fall der Einzelschußanregung die Amplitudenabnahme durch sphärische Divergenz. Bevor wir dieses

Abb. 2.1: Abbildungsbedingungen für CMP-, Einzelschuß- und Ebene-Wellenmigration
oben: physikalisches Experiment und Schußpunkt-Geophonanordnung für einen Punkt-Diffraktor
unten: Wellenfeldfortsetzung der (x,t) Sektion in die Tiefe z. In der (x,t) Sektion sind zusätzlich die Zeitpunkte markiert, an denen die Amplituden herausgegriffen und dem Tiefenniveau z zugeordnet werden



Abbildungsprinzip im einzelnen formulieren, betrachten wir nocheinmal den Standardfall der CMP-Migration.

CMP-Migration

Standardbearbeitungsverfahren seismischer Daten konstruieren sich aus vielen Einzelschußexperimenten sogenannte Zero-Offset- oder CMP-Sektionen. Man simuliert in der Bearbeitung den Fall, als hätte man die Reflexionsantwort am Schußpunkt registriert. Mit dieser Schußpunkt-Geophon-Konfiguration wandert man über die zu untersuchende Struktur hinweg. In Abb. 2.1 ist das Experiment oben links dargestellt. In der Tiefe $z = d$ befinde sich an der Stelle $x = x_o$ ein Punktdiffraktor D. Von der seismischen Quelle S_i breiten sich Zylinderwellen in den Untergrund aus und treffen den Diffraktor, von dem dann diffraktierte Wellen an die Oberfläche zurückgestrahlt werden. Das an die Oberfläche laufende Wellenfeld wird an der Stelle des Schußpunktes G_i gemessen. Entlang der x-Koordinate wird das Experiment wiederholt. Zur Rekonstruktion der Tiefenlage des Diffraktors aus der Zero-Offset-Sektion bei $z = 0$ legt man die Modellvorstellung des explodierenden Reflektors zugrunde (Loewenthal et al., 1976). Man nimmt an, daß zum Zeitpunkt $t = 0$ der Diffraktor seismische Energie nach oben abstrahlt, wobei sich die Welle mit der Geschwindigkeit $c = v/2$ ausbreitet. v bezeichnet die wahre Geschwindigkeit des Mediums. Die Wellenfeldfortsetzung nach unten erfolgt ebenfalls mit $c = v/2$ (Stolt, 1978). Abb. 2.1 unten links zeigt die an der Oberfläche gemessene Diffraktionshyperbel des Punkt-Diffraktors D, verbunden mit dem Wellenfeld $U(x,0,t)$. Der Scheitel liegt bei $x = x_o$ und $t = \frac{d}{c}$. Setzt man das gemessene Wellenfeld in die Tiefe z_1 fort, so verschiebt sich der Scheitel der Hyperbel zu früheren Zeiten $t = \frac{d-z_1}{c}$. Im Tiefenniveau des Diffraktors $z = d$ entartet die Hyperbel zu zwei Geraden der Steigung $\pm\frac{d}{c} = \pm\frac{2}{v}$, die sich im Punkte $(x = x_o,\ t = 0)$ schneiden. Die größten Amplituden konzentrieren sich dabei um $x = x_o$ und $t = 0$. Das Wellenfeld im Niveau $z = d$ ist jetzt dasjenige, das man messen würde, wenn die Empfänger in diesem Niveau die Explosion registriert hätten. Die Amplitude an der Stelle $(x = x_o,\ t = 0)$ wird dem Diffraktor D als Reflexionsstärke

zugeordnet. Befindet sich der Punktdiffraktor an einer beliebigen Stelle im Niveau z = d, so müssen für alle x die Amplituden der Zeit t = 0 herausgegriffen werden und der Tiefensektion in z = d zugeordnet werden. Eine komplizierte Untergrundstruktur stellen wir uns aus unendlich vielen Punktdiffraktoren zusammengesetzt vor. Allgemein ergibt sich für alle Tiefen z die Abbildungsvorschrift

$$M(x,z) = U(x,z,0)$$

M(x,z) bezeichnet die migrierte Sektion. Sie besteht aus Seismogrammen, die im Tiefenmaßstab dargestellt sind. Die Amplituden an der Stelle (x,z) werden dabei als Maß für die Reflexionsstärke des Reflektors an der Stelle (x,z) angesehen. Bei diesem Rekonstruktionsverfahren wurden folgende Annahmen gemacht. Da im Feldexperiment die exakte Zero-Offset-Situation nicht realisiert werden kann, muß sie durch eine spezielle Stapelprozedur (Kap. 4.2) simuliert werden. Die Simulation liefert eine CMP-Sektion, die der Zero-Offset-Sektion gleichgesetzt wird. Weiterhin wird angenommen, daß die Quellen, die auf dem Reflektor verteilt zum Zeitpunkt t = 0 explodieren, an der Oberfläche z = 0 das gleiche Wellenfeld erzeugen wie das Zero-Offset-Experiment. Beide Annahmen sind nur im Fall horizontaler Schichtung, bei der die Materialgeschwindigkeit v lateral konstant ist, gültig (siehe einführende Bemerkungen). Einzelschuß-Migration und Ebene-Wellen-Migration kommen ohne diese Annahmen aus. Sie können folgendermaßen realisiert werden.

Einzelschuß-Migration

Der Schußpunkt befindet sich an der Stelle x = 0 (Abb. 2.1 Mitte oben). Der Abstand vom Schußpunkt zum Punkt-Diffraktor D beträgt $R = (x_o^2 + d^2)^{1/2}$. Eine seismische Welle läuft vom Schußpunkt mit der Materialgeschwindigkeit v nach unten und trifft nach der Laufzeit t = R/v den Diffraktor. Von dort wird Energie an die Oberfläche reflektiert bzw. diffraktiert. Die Reflexion des Untergrundes, d.h., des Diffraktors D, wird an der Oberfläche entlang der x-Achse an den Geophonen $G_1 \ldots G_n$ gemessen. Die zu diesem Einzelschuß gemessene Zeitsektion bei z = 0 ist in der Bildmitte unten dargestellt. Die Diffraktionshyperbel hat ihren Scheitel an der Stelle $x = x_o$ und t = (R+d)/v, wobei wiederum d die Tiefenlage des Punktdiffraktors

angibt. Setzt man das gemessene Wellenfeld mit der wahren Geschwindigkeit v in die Tiefe z_1 fort, verschiebt sich der Scheitel zu früheren Zeiten $t = \frac{R + d - z_1}{v}$. Im Tiefenniveau z = d entartet die Hyperbel zu zwei sich im Punkte ($x = x_o$, $t = R/v$) schneidenden Geraden mit der Steigung $\pm 1/v$. Die Empfänger befinden sich im Niveau z = d und die Laufzeit t = R/v ist die Zeit, die die direkte vom Schußpunkt losgelaufene Welle zum Diffraktor D benötigt. Nach dem oben erwähnten Abbildungsprinzip ordnet man dem Tiefenschnitt an der Stelle ($x = x_o$, $z = d$) den Amplitudenwert des reflektierten Wellenfeldes $U(x_o, d, R/v)$ zu. Schätzen wir noch zusätzlich die Amplitude der direkten Welle an der Stelle z = d, t = R/v ab und bilden den Quotienten, erhalten wir den Reflexionskoeffizienten $R(x_o, d)$. Befindet sich der Punktdiffraktor an einer beliebigen Stelle im Tiefenniveau z = d, müssen wir die Amplitude für jeden Wert der Horizontalkoordinate x entlang der Hyperbel $t = \frac{(x^2 + d^2)^{1/2}}{v}$ herausgreifen. In der Abb. 2.1 unten ist die Hyperbel, die ihren Scheitel am Schußpunkt x = 0 hat, in der Zeitsektion (x,t) eingetragen. Je tiefer wir das Wellenfeld fortgesetzt haben, desto flacher wird die Krümmung der Hyperbel und ihr Scheitel verschiebt sich zu größeren Zeiten. Komplizierte Untergrundstrukturen stellen wir uns wiederum aus unendlich vielen Punktdiffraktoren zusammengesetzt vor, die beliebig im Tiefenschnitt (x,z) verteilt sind. Die allgemeine Vorschrift für jedes Tiefenniveau ergibt sich dann zu

$$M(x,z) = U\left(x, z, \frac{(x^2 + z^2)^{1/2}}{v}\right)$$

M(x,z) bezeichnet die migrierte Sektion, aus der wir bei Kenntnis der direkten Welle durch Quotientenbildung den Reflexionskoeffizienten R(x,z) berechnen können.

Ebene-Wellen-Migration

In der Abb. 2.1 rechts ist das Ebene-Wellen-Experiment dargestellt. Die Anregung der Struktur erfolgt durch eine ebene, mit der Geschwindigkeit v nach unten laufende Welle beliebiger Einfallsrichtung φ, wobei sie zum Zeitpunkt t = 0 den Punkt x = 0 an der Oberfläche z = 0 passiert. Nach der Laufzeit t = a/v mit $a = d \cos\varphi + x_o \sin\varphi$ trifft sie den Punktdiffraktor D

an der Stelle (x_o,d). Das nach oben diffraktierte Wellenfeld wird an der Oberfläche entlang der Auslage $G_1 \ldots G_n$ registriert. Die Diffraktionshyperbel hat ihren Scheitel vertikal über dem Diffraktor an der Stelle $x = x_o$ und $t = \frac{a+d}{v}$. Setzen wir das Wellenfeld mit der wahren Geschwindigkeit v in die Tiefe fort, verschiebt sich die Hyperbel zu früheren Zeiten, bis sie im Niveau $z = d$ zu zwei sich schneidenden Geraden der Steigung $\pm 1/v$ entartet. Der Schnittpunkt liegt bei $(x = x_o,\ t = a/v)$. Der Zeitpunkt $t = a/v$ entspricht der Laufzeit der direkten Welle von der Oberfläche bei $x = 0$ zum Diffraktor D. Wie beim Einzelschußexperiment ordnen wir wieder die Amplitude des reflektierten Wellenfeldes $U(x,d,t)$ an der Stelle $(x = x_o,\ t_D = a/v)$ der Struktur an der Stelle $x = x_o$, $z = d$ zu. Der Reflexionskoeffizient $R(x_o,d)$ ist in diesem Fall bis auf einen konstanten Faktor bestimmt. Die Erweiterung auf den Fall, daß der Punktdiffraktor an jeder beliebigen Stelle im Tiefenniveau $z = d$ liegen kann, führt für alle x bei der Ebene -Wellen-Migration dazu, daß dem gesamten Tiefenniveau $z = d$ die Amplitudenwerte entlang der Geraden $t = \frac{d}{v}\cos\varphi + \frac{x}{v}\sin\varphi$ zugeordnet werden. Die Rekonstruktion beliebiger Strukturen, die durch Überlagerung unendlich vieler Punktdiffraktoren im (x,t)-Tiefenschnitt erzeugt werden, führt zur allgemeinen Abbildungsvorschrift

$$M(x,z) = U\left(x, z, \frac{z}{v}\cos\varphi + \frac{x}{v}\sin\varphi\right)$$

Die Maximalamplituden in der migrierten Sektion M(x,z) geben bis auf einen konstanten Faktor die winkelabhängigen Reflexionskoeffizienten R(x,z) der Reflektorelemente an. Bei einer standardmäßigen Vermessung einer Untergrundstruktur im Feldexperiment führt man mehrere Einzelschußexperimente durch, wobei man mit der Schußpunkt-Geophonanordnung der Abb. 2.i über die Struktur entlang der x-Koordinate hinweg läuft. Die zu jedem Schußpunkt aufgezeichneten Reflexionsdaten bilden die Grundlage für die Erzeugung der CMP-Stapelsektionen. Ebene-Wellen-Sektionen lassen sich als Eingabe der Ebene -Wellen-Migration ebenfalls aus den Einzelschußaufzeichnungen synthetisieren. Die Alternativen zur CMP-Migration erfordern somit zur Gewinnung des Datenmaterials prinzipiell keine andere Feldtechnik. Zur Wellenfeldfortsetzung kann in allen drei Fällen dieselbe Migrationsmethode verwendet

werden. Die Modifikation der unterschiedlichen Verfahren wird hier nur über die Abbildungsbedingungen angebracht.

2.2 Die Einwegwellengleichung der FD-Migration

Zur Lösung des Wellenfeldfortsetzungsproblems gehen wir von der skalaren Wellengleichung aus.

$$\nabla^2 P - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = 0$$

P(x,z,t), die Wellenfeldgröße, bezeichnet hierbei den Druck, oder das Potential einer Verschiebung und v ist die Materialgeschwindigkeit. Da wir uns hier auf die skalare Wellengleichung beschränken, vernachlässigen wir Wellenkonversionen. In dieser Arbeit machen wir die Näherung, daß das Wellenfeld nur von der horizontalen Koordinate x und der Tiefenkoordinate z abhängt. Die Abhängigkeit von y wird vernachlässigt. Physikalisch bedeutet dies, daß die Reflexionsantwort bei der Anregung durch eine Linienquelle senkrecht zum Streichen einer unendlich lang in y-Richtung ausgedehnten Struktur gemessen wird. P kann in diesem Fall auch als SH-Verschiebung einer horizontal polarisierten Scherwelle interpretiert werden, deren Partikelbewegung senkrecht zu (x,z) in y-Richtung stattfindet.

Bildet man die Fouriertransformierte nach der Zeit von dieser Wellengleichung, erhält man die Helmholtzgleichung

$$\nabla^2 \bar{P} + \frac{\omega^2}{v^2}\bar{P} = 0 \qquad (2.1)$$

$\bar{P} = \bar{P}(x,z,\omega)$ bezeichnet die Fouriertransformierte der Wellenfeldgröße. Gleichung (2.1) wird im nächsten Schritt in zwei Differentialgleichungen aufgespalten, wovon eine die nach unten laufenden und die andere die nach oben laufenden Wellen beschreibt. Im allgemeinen Fall eines inhomogenen Untergrundes, bei dem die Geschwindigkeit v(x,z) abhängig von den räumlichen Koordinaten ist, liefert die Aufspaltung gekoppelte Differentialgleichungen. Jedoch können, bei den Geschwindigkeitsverteilungen die wir in der Seismik antreffen, in erster Näherung nach oben laufende Wellen unabhängig von nach unten laufenden berechnet

werden. Ebenso können nach unten laufende Wellen unter Vernachlässigung von nach oben laufenden genähert berechnet werden (Claerbout, 1970). Wir zeigen im folgenden die Zerlegung des Gesamtwellenfeldes $\bar{P}$ am Beispiel von ebenen monochromatischen Wellen, die sich schräg durch das Medium bewegen:

$$\overline{P} = \overline{D} + \overline{U}$$

$$\overline{D} = A(x,z)\exp\{i(\omega t - k_x x - k_z z)\}\ ,\quad \overline{U} = B(x,z)\exp\{i(\omega t - k_x x + k_z z)\}$$

mit $k_z = \left(\frac{\omega^2}{v^2(x,z)} - k_x^2\right)^{1/2}$ vertikale Wellenzahl

k_x horizontale Wellenzahl

$\bar{D}$ bezeichnet die nach unten laufende und $\bar{U}$ die nach oben laufende ebene Welle. Zur Bestimmung von $\bar{U}$ und $\bar{D}$ benötigen wir eine zweite Gleichung, die wir durch Differentiation von $\bar{P}$ nach z erhalten

$$\frac{\partial \overline{P}}{\partial z} = -ik_z \overline{D} + ik_z \overline{U}$$
$$+\frac{1}{A}\frac{\partial A}{\partial z}\overline{D} + \frac{1}{B}\frac{\partial B}{\partial z}\overline{U}$$
$$+i\frac{\omega}{v}\frac{z\omega}{k_z v}\frac{1}{v}\frac{\partial v}{\partial z}\overline{D} - i\frac{\omega}{v}\frac{z\omega}{k_z v}\frac{1}{v}\frac{\partial v}{\partial z}\overline{U}$$

Ändert sich die Geschwindigkeit mit der Tiefe wenig, können wir die Terme, die die Ableitung nach z enthalten, vernachlässigen. Wir betrachten in diesem Fall eine Hochfrequenz-Näherung, bei der die relative Änderung der Geschwindigkeit über die Strecke einer Wellenlänge hinweg klein gegen 1 ist. Wenn wir nach $\bar{U}$ und $\bar{D}$ auflösen, ergibt sich:

$$\begin{bmatrix} \overline{U} \\ \overline{D} \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} \overline{P} \\ \frac{\partial \overline{P}}{\partial z} \end{bmatrix} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & -\frac{i}{k_z} \\ 1 & \frac{i}{k_z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{P} \\ \frac{\partial \overline{P}}{\partial z} \end{bmatrix} \qquad (2.2)$$

Die Zerlegungsmatrix R entspricht der Form, wie sie Claerbout (1976, S. 170) formuliert hat, bei der die vertikale Wellenzahl k_z mit $v = v(x,z)$ als 'square root operator' bezeichnet wird. Ristow (1980) diskutiert verschiedene Typen der Zerlegungsmatrix für den Fall, daß die Materialgeschwindigkeit 1) v = const, 2) nur von der Tiefe z abhängig und 3) zusätzlich lateral variabel angenommen ist. Die Formulierung (2.2) von Claerbout mit ortsabhängigem $k_z = k_z(x,z)$ gewährleistet als einzige die automatische Entkopplung von nach oben und nach unten laufenden Wellen, wenn v = const angenommen wird. Erweitern wir Gleichung (2.1) nach Fouriertransformation in den Wellenzahlbereich k_x um die Identität $\frac{\partial \bar{P}}{\partial z} = \frac{\partial \bar{P}}{\partial z}$ können wir in Matrixform schreiben

$$\frac{\partial}{\partial z}\begin{bmatrix}\bar{P}\\ \frac{\partial \bar{P}}{\partial z}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 1\\ -\left(\frac{\omega^2}{v^2} - k_x^2\right) & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\bar{P}\\ \frac{\partial \bar{P}}{\partial z}\end{bmatrix} \qquad (2.3)$$

Die Inverse $R^{-1} = \begin{bmatrix}1 & 1\\ -ik_z & ik_z\end{bmatrix}$ zu R existiert, und Gleichung (2.3) läßt sich durch Ersetzen von $\bar{P}$ und $\frac{\partial \bar{P}}{\partial z}$ mit Gleichung (2.2) und Multiplikation von R umformen zu (Claerbout, 1976, S. 169):

$$\frac{\partial}{\partial z}\begin{bmatrix}\bar{U}\\ \bar{D}\end{bmatrix} = \left[\frac{\partial R}{\partial z}R^{-1} + R\begin{bmatrix}0 & 1\\ -\left(\frac{\omega^2}{v^2} - k_x^2\right) & 0\end{bmatrix}R^{-1}\right]\begin{bmatrix}\bar{U}\\ \bar{D}\end{bmatrix} \qquad (2.4)$$

Ersetzt man R durch die Matrix in Gl. (2.2), erhält man nach Ausführung der Differentiation

$$\frac{\partial}{\partial z}\begin{bmatrix}\bar{U}\\ \bar{D}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}ik_z & 0\\ 0 & -ik_z\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\bar{U}\\ \bar{D}\end{bmatrix} - \frac{1}{2}\frac{1}{k_z}\frac{\partial k_z}{\partial z}\begin{bmatrix}1 & -1\\ -1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\bar{U}\\ \bar{D}\end{bmatrix}$$

oder

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial z} = ik_z\bar{U} - \frac{1}{2}\frac{1}{k_z}\frac{\partial k_z}{\partial z}\left(\bar{U} - \bar{D}\right) \qquad (2.5a)$$

$$\frac{\partial \bar{D}}{\partial z} = -ik_z\bar{D} - \frac{1}{2}\frac{1}{k_z}\frac{\partial k_z}{\partial z}\left(\bar{D} - \bar{U}\right) \qquad (2.5b)$$

Für den Fall, daß $\frac{\partial k_z}{\partial z} = 0$ oder $v \neq v(z)$, sind $\bar{U}$ und $\bar{D}$ entkoppelt.

Das Feldexperiment liefert uns das an der Oberfläche gemessene reflektierte Wellenfeld $\bar{U}(x,z=0,\omega)$, das wir in die Tiefe extrapolieren wollen. Dazu benutzen wir Gleichung (2.5a). In der Seismik sind die Geschwindigkeitsänderungen mit der Tiefe häufig klein und die Reflektoren entsprechen Diskontinuitäten mit kleinem Reflexionskoeffizienten. Bei der Wellenfeldfortsetzung von $\bar{U}$ in die Tiefe können wir den Anteil von $\bar{D}$ vernachlässigen, da dieser klein gegen $\bar{U}$ ist. Durch die Entkopplung beider Gleichungen (2.5a) und (2.5b) können keine Multiplen-Reflexionen behandelt werden. Um Gleichung (2.5a) praktisch lösen zu können, führt Claerbout (1970) eine Koordinatentransformation durch

$$x' = x$$
$$z' = z$$
$$t' = t + \frac{z}{c} \quad .$$

c bezeichnet man als Referenzgeschwindigkeit des transformierten Koordinatensystems. Der Sinn dieser Transformation besteht darin, das reflektierte Wellenfeld $\bar{U}$ in einem sich mit der konstanten Geschwindigkeit c bewegenden Koordinatensystem x',z',t' stationär zu machen. Wählen wir die Referenzgeschwindigkeit c gleich der Materialgeschwindigkeit v, ändert der Reflexionsimpuls einer exakt vertikal gelaufenen Welle bei der Wellenfeldfortsetzung in +z'-Richtung seine Lage in der Zeitsektion (x,t') nicht. Es gilt für eine ebene in -z reflektierte Welle $U(t+\frac{z}{v}) = U'(t')$ und im x',z',t'-System somit $\frac{\partial U'(t')}{\partial z'} = 0$
Wenn das Wellenfeld im x,z,t-System U(x,z,t) ist, so lautet es im x',z',t'-System $U'(x',z',t') = U(x',z',t'-\frac{z'}{c})$. Im Frequenzbereich gilt daher

$$\bar{U}' = \bar{U} \exp(-i\omega \tfrac{z'}{c}) \quad .$$

Setzen wir diese Beziehung in Gleichung (2.5a) ein, erhalten wir

$$\frac{\partial \bar{U}'}{\partial z'} = \underbrace{i(k_z - \tfrac{\omega}{v})\bar{U}'}_{A_1} + \underbrace{i\omega(\tfrac{1}{v} - \tfrac{1}{c})\bar{U}'}_{A_2} \underbrace{- \tfrac{1}{2k_z}\tfrac{\partial k_z}{\partial z'}\bar{U}'}_{A_3} \qquad (2.6)$$

Wir betrachten im einzelnen die Wirkungsweisen der Koeffizienten in A_1, A_2 und A_3

Zu A_1: Eine Lösung der Differentialgleichung

$$\frac{\partial \bar{U}'}{\partial z'} = i\left(k_z - \frac{\omega}{v}\right)\bar{U}'$$

ist

$$\bar{U}' = \bar{U}_o' e^{i\left(k_z - \frac{\omega}{v}\right)(z' - z_o')}$$

mit $\bar{U}_o'$ als Fouriertransformierte des reflektierten Wellenfeldes im Niveau $z' = z_o'$. Die Exponentialfunktion bewirkt die Wellenfeldfortsetzung um das Tiefeninkrement $\Delta z' = z' - z_o'$, wobei v innerhalb $\Delta z'$ konstant ist.

Zu A_2: Eine Lösung der Differentialgleichung

$$\frac{\partial \bar{U}'}{\partial z'} = i\omega\left(\frac{1}{v} - \frac{1}{c}\right)\bar{U}'$$

ist bei v = const innerhalb $z' - z_o'$

$$\bar{U}' = \bar{U}_o' e^{i\omega\left(\frac{1}{v} - \frac{1}{c}\right)(z' - z_o')}$$

An einem Beispiel wollen wir die Wirkungsweise dieser Operation diskutieren. In der Abb. 2.2 ist eine Struktur mit lateral variabler Geschwindigkeit $v = v(x')$ dargestellt.

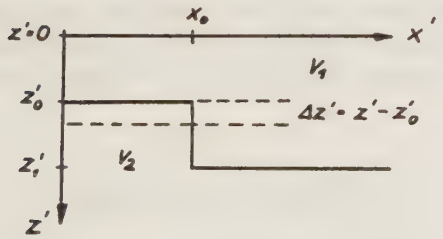


Abb. 2.2: Diskussion des A_2-Terms, $v_1 < v_2$

Wir wählen die Referenzgeschwindigkeit $c = v_1$. Das Wellenfeld an der Oberfläche $\bar{U}'(k_x, z'=0, \omega)$ ist bekannt, und wir setzen dieses in die Tiefe z' mit dem Term A_1 in Gleichung (2.6) fort. Für den Tiefenbereich z' = 0 bis z'_o ist $v_1 = c$ und A_2 hat keine Auswirkungen auf die Wellenfeldfortsetzung. Ab der Tiefe z'_o ist die Materialgeschwindigkeit v lateral variabel. Links von x_o gilt $v_2 \neq c$ und rechts davon $v_1 = c$. Das Wellenfeld $\bar{U}'$ erfährt nun durch den Term A_2 eine Laufzeitkorrektur $\Delta t' = \left(\frac{1}{v_2} - \frac{1}{c}\right) \Delta z'$, die der Laufzeit eines Strahls entspricht, der vertikal durch die dünne Schicht der Dicke $\Delta z' = z' - z'_o$ mit der Geschwindigkeit $\frac{1}{v_2} - \frac{1}{c}$ gelaufen ist. Haben wir das Wellenfeld durch die gesamte lateral variable Struktur fortgesetzt und die Tiefe z'_1 erreicht, können wir als Referenzgeschwindigkeit $c = v_2$ wählen, so daß wir A_2 nicht mehr berücksichtigen müssen. Die Änderung der Wellenfront bei der Fortsetzung durch die gesamte lateral Inhomogenität wird mit Hilfe von A_2 rückgängig gemacht.

Zu A_3: Der Koeffizient in A_3 ist reell und beschreibt die Amplitudenänderung von $\bar{U}'$, wenn die Geschwindigkeit v tiefenabhängig ist. In der praktischen Anwendung wird dieser Term immer vernachlässigt.

2.3 Numerische Lösung der Einwegwellengleichung mit der Methode der Finiten Differenzen

Bei den Modellrechnungen in dieser Arbeit können wir v = const setzen. Wir nehmen an, daß zwei Materialien unterschiedlicher Dichte und Geschwindigkeit durch eine gekrümmte Schichtgrenze getrennt sind und wollen diese Grenzfläche aus dem Datenmaterial rekonstruieren. Wir wählen zusätzlich c = v und approximieren den Operator k_z folgendermaßen durch die ersten Glieder einer Taylorreihe

$$k_z = \sqrt{\frac{\omega^2}{v^2} - k_x^2} \approx \frac{\omega}{v}\left(1 - \frac{v^2}{2\omega^2} k_x^2 + \frac{v^4}{8\omega^4} k_x^4 - \dots\right)$$

$$\approx \frac{\omega}{v}\left(\frac{4 - 3\frac{v^2}{\omega^2} k_x^2}{4 - \frac{v^2}{\omega^2} k_x^2}\right) \qquad (2.7)$$

Die zweite Approximation der Taylorreihe durch einen gebrochen rationalen Ausdruck hat den Sinn, daß diese Form für die FD-Approximation geeigneter ist. Wir erhalten, nach inverser Fouriertransformation in den Zeitbereich und in den Ortsbereich (x), die sogenannte 45° Approximation der Gleichung (2.6)

$$U'_{z't't'} = -\frac{v}{2} U'_{x'x't'} + \frac{v^2}{4} U'_{z'x'x'} \qquad (2.8)$$

Die tiefgestellte Indizierung bezeichnet die Ableitung nach der entsprechenden Variablen, also $U'_{z'} = \frac{\partial U'}{\partial z'}$ usw.. Gleichung (2.8) gilt exakt für Wellen, die vertikal reflektiert werden in einem Medium mit v = const. Wellenenergie, die unter Winkeln bis zu 45° gegen die Normale die Oberfläche erreicht, wird mit Gleichung (2.8) gut beschrieben, d.h., die Näherung des Wurzelausdrucks in Gleichung (2.7) durch den rationalen Ausdruck bewirkt für die in 45° reflektierten Wellen einen Fehler von 1 % für k_z. Wird die Reihenentwicklung bereits nach dem quadratischen Term abgebrochen, erhält man die 15° Approximation, die Claerbout bereits 1970 formulierte $U'_{z't'} = -\frac{v}{2} U'_{x'x'}$.
Zu lösen ist Gleichung (2.8) mit der Anfangsbedingung

$$U'(x',0,t') = U(x,0,t) \quad \text{für } z' = 0 \qquad (2.9a)$$

Wurde das Wellenfeld U(x,0,t) an der Oberfläche entlang der Koordinate $0 \leq x \leq x_{max}$ gemessen, wählen wir die Randbedingungen

$$\frac{\partial U'(0,z',t')}{\partial x'} = \frac{\partial U'(x_{max},z',t')}{\partial x'} = 0 \qquad (2.9b)$$

Die Approximation der Gleichung (2.8) mit Hilfe der Finiten Differenzen führt zu einem stabilen Lösungsschema (Claerbout und Johnson, 1971). Das Wellenfeld U' wird wie folgt diskretisiert:

$$U'(x',z',t') \longrightarrow U'^{\,k\Delta x'}_{j\Delta t',\,h\Delta z'} \triangleq U'^{\,k}_{j,h}$$

wobei

k = 1,2,....LX
j = 1,2,....LT
h = 1,2,....LZ

Die Maximallänge der Auslage, bis zu der U' gemessenen wird, ist $x_{max} = lx \cdot \Delta x'$; die maximale Registrierdauer beträgt $t_{max} = lt \cdot \Delta t'$. Das Wellenfeld soll in diskreten Tiefenintervallen $\Delta z'$ bis zur Maximaltiefe $z_{max} = lz \cdot \Delta z'$ fortgesetzt werden. Die Differentialoperatoren in Gleichung (2.8) werden durch Differenzenausdrücke mit einem Fehler der Ordnung 2 wie folgt approximiert

$$\frac{\partial^2 U'}{\partial t'^2} \approx \frac{1}{\Delta t'^2} \left(U'^{K}_{j,n-1} - 2 U'^{K}_{j,n} + U'^{K}_{j,n+1} \right)$$

$$\frac{\partial^2 U'}{\partial x'^2} \approx \frac{1}{\Delta x'^2} \left(U'^{K-1}_{j,n} - 2 U'^{K}_{j,n} + U'^{K+1}_{j,n} \right)$$

Die Approximation der einfachen Ableitung $\frac{\partial U'}{\partial t'}$ und $\frac{\partial U'}{\partial z'}$ erfolgt nach dem Crank-Nicholson-Schema mit einem Fehler der Ordnung 2, bei dem beispielsweise die Ableitung $\frac{\partial U'}{\partial z'}$ auf $U'^{K}_{j,n+1/2}$ zentriert wird, indem der Rückwärtsdifferenzenquotient gewählt wird.

$$\frac{\partial U'}{\partial z'} \approx \frac{1}{\Delta z'} \left(U'^{K}_{j,n+1} - U'^{K}_{j,n} \right)$$

Das Schema schreibt vor, daß dann alle anderen Ableitungen in Gleichung (2.8) der Wellenfeldgröße an der Stelle $U'^{K}_{j,n+1/2} = \frac{1}{2}(U'^{K}_{j,n+1} + U'^{K}_{j,n})$ zu bilden sind (Claerbout, 1976, S. 211). Das hier gezeigte FD-Schema ist eine Niederfrequenzapproximation der Differentialoperatoren, die bei vorgegebenem $\Delta z'$, $\Delta t'$ und $\Delta x'$ umso genauer ist, je kleiner k_z, ω und k_x ist, oder umgekehrt gilt, daß bei fest gewählten k_z, ω und k_x die Genauigkeit gesteigert werden kann, je kleiner $\Delta z'$, $\Delta t'$ und $\Delta x'$ ist. Wendet man die Näherungsausdrücke auf Gleichung (2.8) an, erhält man nach Umformungen folgendes Gleichungssystem:

$$\begin{bmatrix} 1-2a & a & & & \\ a & 1-2a & a & & \\ & a & 1-2a & \ddots & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U'^{1}_{j-1,n+1} \\ U'^{K}_{j-1,n+1} \\ \\ U'^{LX}_{j-1,n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D^{1} \\ D^{K} \\ \\ D^{LX} \end{bmatrix} \qquad (2.10)$$

$$D^{K} = 2U'^{K}_{j,n+1} - U'^{K}_{j+1,n+1} + U'^{K}_{j-1,n} - 2U'^{K}_{j,n} + U'^{K}_{j+1,n}$$

$$+ (a, -2a, a) \begin{bmatrix} U'^{K-1}_{j+1,n+1} + U'^{K-1}_{j+1,n} + U'^{K-1}_{j-1,n} \\ U'^{K}_{j+1,n+1} + U'^{K}_{j+1,n} + U'^{K}_{j-1,n} \\ U'^{K+1}_{j+1,n+1} + U'^{K+1}_{j+1,n} + U'^{K+1}_{j-1,n} \end{bmatrix}$$

$$+ (b, -2b, b) \begin{bmatrix} U'^{K-1}_{j,n+1} - U'^{K-1}_{j,n} \\ U'^{K}_{j,n+1} - U'^{K}_{j,n} \\ U'^{K+1}_{j,n+1} - U'^{K+1}_{j,n} \end{bmatrix}$$

$$a = -\frac{\nu}{8}\frac{\Delta t' \Delta z'}{\Delta x'^2} \quad , \quad b = \frac{\nu^2}{4}\frac{\Delta t'^2}{\Delta x'^2}$$

Das Gleichungssystem (2.10) läßt sich mit Hilfe eines rekursiven Verfahrens lösen (Richtmyer und Morton, 1967). Als Lösung erhält man im Tiefenniveau $z' = (n+1)\Delta z'$ für alle $x' = k\Delta x'$ die Amplituden U' zum Zeitpunkt $t' = (j-1)\Delta t'$.

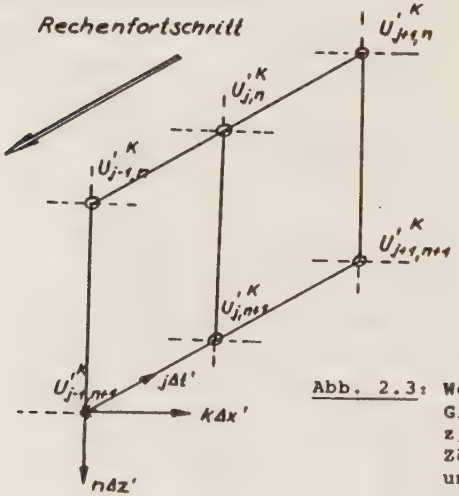


Abb. 2.3: Wellenfeldfortsetzung im FD-Schema Gitterpunktanordnung für $x' = k\Delta x'$ $z'_1 = n\Delta z'$ und $z'_2 = (n+1)\Delta z'$, für die Zeitpunkte $t'_1 = (j+1)\Delta t'$, $t'_2 = j\Delta t'$ und $t'_3 = (j-1)\Delta t'$

Werte O sind bekannt
Wert * wird berechnet

Das Schema der Wellenfeldfortsetzung um $\Delta z'$ ist in Abb. 2.3 dargestellt. Die Zeitsektion wird von großen t' zu kleineren Werten von t' abgearbeitet. Dabei werden zu Beginn, d.h., für $t' = (LT-2)\Delta t'$ die Amplituden $U'^{K}_{LT,n+1}$ und $U'^{K}_{LT-1,K+1}$ in D^K Null gesetzt. Bekannt ist das Wellenfeld im Niveau $n \cdot \Delta z'$. Als Randbedingung wird für x = O und $x = x_{max}$ die 'zero slope' Bedingung der Gleichung (2.9b) (Claerbout, 1976, S. 188) gewählt, die physikalisch einen ideal reflektierenden Rand darstellt:

$$U'^{1}_{j-1,n+1} = U'^{2}_{j-1,n+1} \qquad \text{für } x' = 0$$

$$U'^{LX}_{j-1,n+1} = U'^{LX-1}_{j-1,n+1} \qquad \text{für } x' = x_{max}$$

Der Vollständigkeit wegen werden nochmals die Abbildungsvorschriften zur Konstruktion des migrierten Wellenfeldes aus Abschnitt 2.1 im transformierten Koordinatensystem (x',z',t') diskretisiert dargestellt:

1.) CMP-Migration

$$M_n^K = U_{j,n}^{'K} \qquad j = \frac{n\Delta z'}{c\,\Delta t'}$$

c=v/2 v=Materialgeschwindigkeit

2.) Einzelschuß-Migration

$$M_n^K = U_{j,n}^{'K} \qquad j = \frac{n\Delta z' + \sqrt{(n\Delta z')^2 + (K\Delta x' - x_0)^2}}{v\Delta t'}$$

v=Materialgeschwindigkeit
x_0=Schußpunktkoordinate

3.) Ebene-Wellen-Migration

$$M_n^K = U_{j,n}^{'K} \qquad j = \frac{n\Delta z'(1+\cos\varphi) + \sin\varphi(K\Delta x' - x_s)}{v\Delta t'}$$

φ Einfallswinkel der ebenen Welle gegen die Normale gemessen
x_s zum Zeitpunkt t=0 passiert die ebene Welle den Ort $x=x_s$

Die Indizes j werden immer zu ganzen Zahlen auf- oder abgerundet.

3. Berechnung synthetischer Seismogramme

In diesem Abschnitt werden die verschiedenen Möglichkeiten diskutiert, synthetische Seismogramme für lateral inhomogene Medien zu berechnen. Einem Überblick über gebräuchliche Verfahren folgt die Beschreibung der in dieser Arbeit verwendeten Methode der Finiten Differenzen zur Lösung der Wellengleichung im SH-Fall.

Daran anschließend wird die Modellierung sogenannter absorbierender Randbedingungen beschrieben, wie sie in dieser Arbeit realisiert wurden.

3.1 Überblick der Methoden

Die 45° Approximation der Einwegwellengleichung, wie sie im vorangegangenen Kapitel abgeleitet wurde, läßt sich ebenfalls dazu verwenden um synthetische Seismogramme zu berechnen. Möglich ist dies, indem man zum Zeitpunkt $t_o = 0$ ein Wellenfeld im Tiefenschnitt (x,z) definiert und dieses durch Lösen der Einwegwellengleichung, unter Annahme der halben Materialgeschwindigkeit, für spätere Zeiten $t > t_o$ berechnet (Wellenfortsetzung in t). An der Oberfläche $z = 0$ erhält man genähert die synthetische Zero-Offset-Sektion, die auf dem Prinzip des explodierenden Reflektors beruht. Die 45° Approximation schränkt jedoch die Modellierung von steilen Reflektoren ein, da schräg an die Oberfläche laufende Wellen nur genähert beschrieben werden. Die Genauigkeit der Amplituden der Seismogramme wird weiterhin dadurch eingeschränkt, daß das Wellenfeld auf dem Reflektor vorgegeben werden muß. In der Regel wird jedem Reflektorelement die gleiche Amplitude, d.h., Reflexionsstärke, zugeschrieben. Der geometrische Ausbreitungsfaktor der Anregung wird dadurch vernachlässigt und weiterhin wird, im Fall daß die Reflexionsstruktur Störungen aufweist, die Modifikation des reflektierten Wellenfeldes auf dem Reflektor durch diffraktierende Kanten nicht berücksichtigt. Eine weitere Möglichkeit der Modellierung seismischer Strukturen bietet die Kirchhoffsche Formel (Abb.3.1):

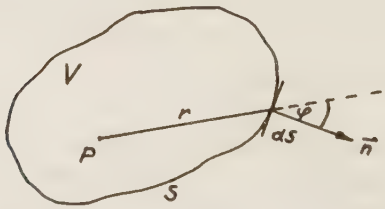


Abb. 3.1: Geometrie zur Kirchhoff-Formel
S Oberfläche
V Volumen mit der Geschwindigkeit v
P Aufpunkt, an dem das Wellenfeld berechnet wird

$$U_p(t) = \frac{1}{4\pi} \int_S \left\{ \left(\frac{1}{r^2} U(t-\frac{r}{v}) + \frac{1}{rv} \frac{\partial U(t-\frac{r}{v})}{\partial t} \right) \cos\varphi + \frac{1}{r} \frac{\partial U(t-\frac{r}{v})}{\partial n} \right\} dS$$

$U_p(t)$ ist das skalare Wellenfeld am Punkt P in einem Medium, in dem sich die Wellen mit der Geschwindigkeit v ausbreiten. Die Theorie des Kirchhoff-Integrals setzt ein homogenes Medium konstanter Geschwindigkeit voraus. Die Wellenfeldfortsetzung des reflektierten Wellenfeldes auf S - S bezeichnet die geschlossene Oberfläche des Volumens V - in das Innere von V ist dann ein exaktes Verfahren (Abb. 3.1). Die Wellenfeldgröße U_p in P wird durch die Wellenfeldgrößen U und $\frac{\partial U}{\partial n}$ auf S eindeutig bestimmt. Hilterman (1970, 1975) formulierte eine numerische Lösung des Kirchhoff-Integrals für den Fall der Punktquellenanregung eines starren Reflektors, für den $\frac{\partial U}{\partial n} = 0$ gilt. Auf dem Reflektor wird das Gesamtwellenfeld vorgeschrieben. Trorey (1970) gibt eine analytische Lösung des Integrals an, für den Fall der Punktquellenanregung einer Untergrundstruktur, die aus unendlich lang ausgedehnten Reflexionsstreifen beliebiger Neigung besteht, wobei der Empfänger sich am Ort der Quelle befindet (Zero-Offset-Fall). Wie bei Hilterman wird der Reflektor als starr angenommen und das Gesamtwellenfeld auf dem Reflektor als bekannt vorausgesetzt. Buchen und Haddon (1980a,b) benutzen die Kirchhoff-Formel in einer sogenannten Isochronen-Darstellung zur Berechnung des transmittierten Wellenfeldes durch eine dünne, ebene oder gekrümmte Schicht, in der Inhomogenitäten beliebiger Geometrie eingelagert sind. Auf die Schicht kann eine ebene oder sphärische Welle einfallen. Das transmittierte Wellenfeld wird auf der Schicht abgeschätzt und mit der Kirchhoff-Formel fortgesetzt. Die Integration erfolgt über Streifen entlang von Isochronen, deren Punkte also die gleiche Laufzeit zum Aufpunkt haben. Wie bereits erwähnt muß das reflektierte Wellenfeld auf S, d.h., auf dem Reflektor, bekannt sein. Der geometrische Ausbreitungsfaktor der Anregung kann berücksichtigt werden, jedoch wird der Reflexionskoeffizient als konstant auf S angenommen.

Wichtig für die Untersuchungen in dieser Arbeit ist es, das in Kap. 2 beschriebene Migrationsverfahren auf möglichst exakte Wellenfelder anzuwenden. Die seismische Quelle soll sich an der Erdoberfläche befinden, an der, entlang einer Auslage, das reflektierte Wellenfeld gemessen wird. Die Berechnung des Wellenfeldes soll einem tatsächlichen physikalischen Experiment entsprechen und es sollen in der Berechnung keine Annahmen über das Wellenfeld auf dem Reflektor gemacht werden. Eine Möglichkeit, synthetische Seismogramme für Strukturen mit komplizierter Geometrie und mit lateral variabler Geschwindigkeitsverteilung sehr genau zu berechnen, bietet die Methode der Finiten Differenzen.

3.2 Finite-Differenzen-Verfahren zur Berechnung synthetischer Seismogramme für den SH-Fall

Grundlage für die Berechnung synthetischer Seismogramme für horizontal polarisierte Scherwellen (SH-Fall) in Kartesischen Koordinaten ist die Wellengleichung

$$P_{tt} = v^2 (P_{xx} + P_{zz})$$

Wir behandeln mit dieser Gleichung ein ebenes Problem, d.h., die Wellenfeldgröße P(x,z,t) ist unabhängig von der Koordinate y. Die Anregung einer in y-Richtung unendlich lang ausgedehnten Struktur erfolgt in diesem Fall durch eine Linienquelle, die horizontal polarisierte Zylinderwellen abstrahlt. P(x,z,t) bezeichnet die SH-Verschiebung und $v = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$ die Scherwellengeschwindigkeit mit dem Schermodul μ und der Dichte ρ. Wir suchen eine Lösung der Wellengleichung für Strukturen, deren Geschwindigkeit $v = v(x,z)$ und Dichte $\rho = \rho(x,z)$ beliebig von den Ortskoordinaten abhängt. Eine sogenannte heterogene Formulierung der Wellengleichung im Finite -Differenzen-Schema wird von Korn und Stöckl (1982) angegeben:

$$P_{j+1,n}^{\kappa} = -P_{j-1,n}^{\kappa} + 2P_{j,n}^{\kappa} + 2\left(\frac{v_n^{\kappa}\Delta t}{h}\right)^2 \cdot$$
$$\left[M_1 (P_{j,n}^{\kappa+1} - P_{j,n}^{\kappa}) - M_2 (P_{j,n}^{\kappa} - P_{j,n}^{\kappa-1}) \right.$$
$$\left. + M_3 (P_{j,n+1}^{\kappa} - P_{j,n}^{\kappa}) - M_4 (P_{j,n}^{\kappa} - P_{j,n-1}^{\kappa}) \right] \quad (3.1)$$

mit $M_1 = \frac{\mu_a^{k+1}}{\mu_n^k + \mu_n^{k+1}}$ $M_2 = \frac{\mu_a^{k-1}}{\mu_n^k + \mu_n^{k-1}}$

$M_3 = \frac{\mu_{a+1}^{k}}{\mu_n^k + \mu_{n+1}^{k}}$ $M_4 = \frac{\mu_{n-1}^{k}}{\mu_n^k + \mu_{n-1}^{k}}$

Die Verschiebung P(x,z,t) wurde diskretisiert, wobei die Abkürzung $P(k\Delta x, n\Delta z, j\Delta t) \equiv P_{j,n}^{k}$ verwendet wurde. $\mu_n^k = \sqrt{\frac{v_n^k}{g_n^k}}$ bezeichnet den Schermodul am Gitterpunkt mit den Koordinaten $k\Delta x$ und $n\Delta z$. Die Diskretisierungsintervalle $\Delta x = \Delta z = h$ wurden gleich gewählt. Mit der heterogenen Formulierung (3.1), bei der sowohl die Randbedingungen als auch die Differentialoperatoren mit einem Abschneidefehler der Ordnung 2 approximiert werden, lassen sich beliebig komplizierte zweidimensionale Modelle berechnen. Zur Herleitung der Formel wurde um jeden Gitterpunkt eine quadratische Region der Seitenlänge h definiert, in der das Material der Geschwindigkeit v_n^k und Dichte g_n^k homogen sei. Der Gitterpunkt selbst liegt im Zentrum des Quadrats und wird von jedem benachbarten Gitterpunkt mit anderen elastischen Parametern durch eine Schichtgrenze getrennt, an der die Randbedingungen - Stetigkeit der Tangentialspannungen und Stetigkeit der Verschiebung - erfüllt werden müssen. Das Lösungsschema ist stabil unter der Bedingung (Alterman und Loewenthal, 1970)

$$\frac{v_{max}^2 \Delta t^2}{h^2} \leq \frac{1}{2} \qquad (3.2)$$

v_{max} bezeichnet die größte Scherwellengeschwindigkeit, die im Modell auftritt.

Das Finite-Differenzen-Gitter zeigt Dispersionseigenschaften, d.h., höhere Frequenzen pflanzen sich langsamer fort als niedrigere. Die Impulse verbreitern sich, verschmieren und zeigen Oszillationen. Diese Störeffekte können klein gehalten werden, wenn die zur oberen Halbwertsfrequenz gehörende Wellenlänge durch etwa 10 Gitterpunkte repräsentiert wird (Alford et al., 1974). Die obere Halbwertsfrequenz ist dabei als diejenige Frequenz definiert, bei der der Betrag des Spektrums des Impulses vom Maximum aus gemessen wieder auf die Hälfte abgefallen ist. In Verbindung mit dem Stabilitätskriterium (3.2)

ergeben sich bei Vorgabe der Geschwindigkeitsstrukturen und der Halbwertsfrequenz f_H folgende Bestimmungsgleichungen für Δt und h

$$\Delta t = \frac{v_{min}}{v_{max} \cdot f_H \cdot 10 \cdot \sqrt{2}}$$

$$h = \frac{v_{min}}{f_H \cdot 10}$$

v_{min} ist die kleinste und v_{max} die größte im FD-Gitter auftretende Scherwellen-Geschwindigkeit, die modelliert werden soll. Die realistische Modellierung geologischer Strukturen wird durch beide Bedingungen stark eingeschränkt. Bei dominierenden Anregungsfrequenzen der Prospektionsseismik um ca. 50 Hz und starken Geschwindigkeitsvariationen wird das Zeitinkrement Δt sehr klein, was bei langer Seismogrammdauer zu hohem Rechenaufwand führt. Weiterhin unterliegt durch die Bedingung für h die Größe der Reflexionsstruktur, d.h., ihre Abmessungen, starken Einschränkungen, da nur eine endliche Anzahl Gitterpunkte im Speicher verarbeitet werden kann.

3.3 Absorbierende Randbedingungen

Ein Problem, was alle Finite -Differenzen-Verfahren aufweisen, sind Störreflexionen an künstlichen Rändern, die das Modell umgrenzen. Da man die Gesamtabmessungen des Gitters, wie oben erwähnt, nicht beliebig groß wählen kann, um Störreflexionen laufzeitmäßig von Nutzphasen zu trennen, müssen sie durch absorbierende Ränder unterdrückt werden. Clayton und Engquist (1980) schlagen zur Lösung des Problems eine Randbedingung vor, die für unsere Modellrechnungen ausreichend funktioniert. Die Idee läßt sich folgendermaßen formulieren. Das zu untersuchende Medium wird in ein Volumen eingebettet, in dem,je nachdem welcher Rand absorbieren soll, nur eine Einwegwellengleichung gilt. Fällt eine Welle auf den Rand ein und breitet sich im umgebenden Medium aus, so werden keine Wellen durch die Einwegwellengleichung berechnet, die sich in umgekehrter Richtung, d.h., zurück in das zu untersuchende Gebiet, ausbreiten. Man braucht die Einwegwellengleichung jedoch nur für den Rand zu lösen. Für

die Seiten $x = 0$ und $x = x_{max}$ benutzen wir

$$P_x + \frac{b}{v} P_t = 0 \qquad \begin{matrix} b > 0 & \text{für } x = x_{max} \\ b < 0 & \text{für } x = 0 \end{matrix} \qquad (3.3)$$

Für den oberen Rand $z = 0$ und den unteren $z = z_{max}$ wählen wir

$$P_z + \frac{b}{v} P_t = 0 \qquad \begin{matrix} b > 0 & \text{für } z = z_{max} \\ b < 0 & \text{für } z = 0 \end{matrix}$$

Gleichung (3.3) wird, wie in Kap. 2, durch Finite Differenzen nach dem Crank-Nicholson Schema approximiert, bei dem sowohl hinsichtlich der Raumkoordinate als auch der Zeitkoordinate eine Zentrierung auf $P^{\kappa+1/2}_{j+1/2,n}$ für die Seiten und $P^{\kappa}_{j+1/2,n+1/2}$ für den oberen und unteren Rand erfolgt. Für den rechten Rand $x = x_{max}$ ergibt sich beispielsweise

$$P^{\kappa x}_{j+1,n} = \frac{1}{1+\frac{\Delta x}{v\Delta t}} \left(P^{\kappa x}_{j+1,n} - P^{\kappa x}_{j,n} + P^{\kappa x-1}_{j,n} - \frac{\Delta x}{v\Delta t} \left(P^{\kappa x-1}_{j+1,n} - P^{\kappa x}_{j,n} - P^{\kappa x-1}_{j,n} \right) \right)$$

Die Bedeutung von b, das hier $b = 1$ gesetzt wurde, läßt sich folgendermaßen erklären. Läßt man beispielsweise eine ebene Welle auf den Rand $x = x_{max}$ unter dem Winkel φ einfallen, wobei φ gegen die Normale in x-Richtung gemessen wird

$$P_E = e^{i(\omega t - k_x x + k_z z)} \qquad \begin{matrix} k_x = \frac{\omega}{v} \cos\varphi \\ k_z = \frac{\omega}{v} \sin\varphi \end{matrix}$$

und bezeichnen die reflektierte Welle mit

$$P_R = R e^{i(\omega t + k_x x + k_z z)}$$

wobei R der Reflexionskoeffizient ist, so erhalten wir, wenn wir $P = P_E + P_R$ in Gleichung (3.3) einsetzen für den Betrag des Reflexionskoeffizienten

$$|R| = \left| \frac{\cos\varphi - b}{\cos\varphi + b} \right| \qquad b > 0; \quad 0 \le \varphi \le \frac{\pi}{2}$$

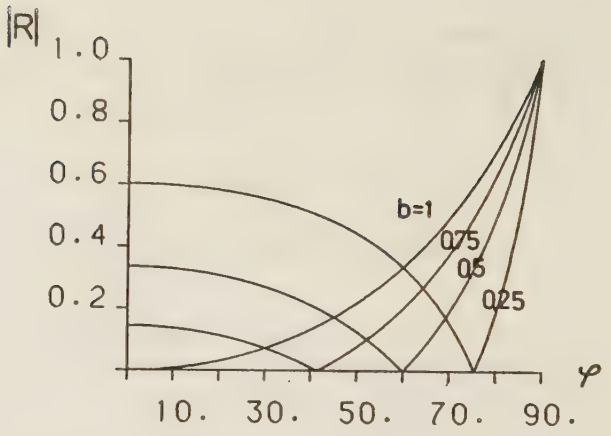


Abb. 3.2: Betrag des Reflexionskoeffizienten eines absorbierenden Modellrandes für verschiedene Einfallswinkel φ und Werte b

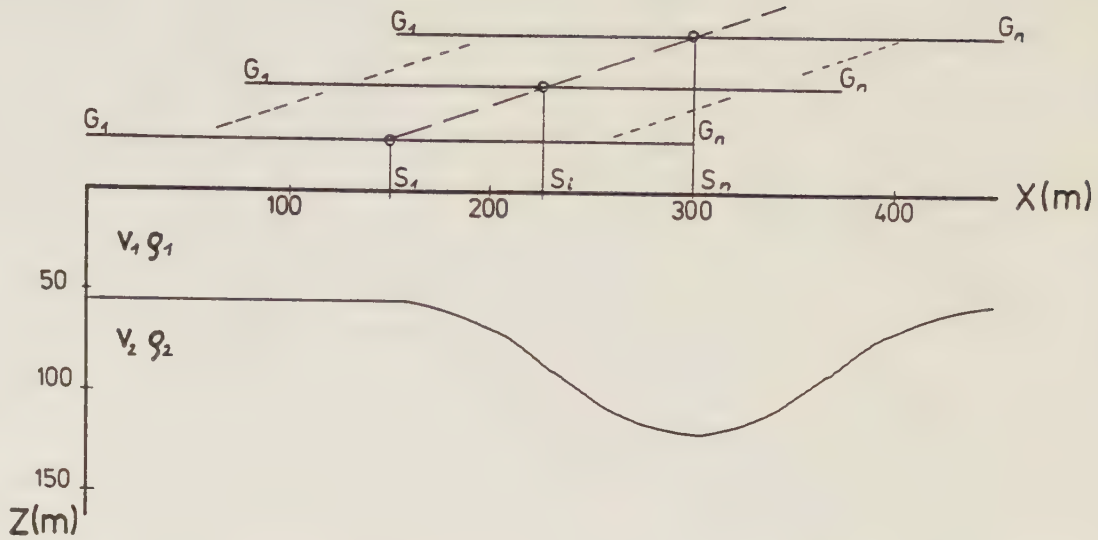
Je nach Wahl des Koeffizienten b lassen sich Wellen bestimmter Einfallsrichtung exakt eliminieren (Abb.3.2). Für vertikal nach oben laufende Wellen, d.h., für streifenden Einfall $\varphi = 90^{\circ}$, beträgt der Reflexionskoeffizient immer $|R| = 1$. In den Modellrechnungen wurde für $x = x_{max}$, $b = 1$ gewählt, so daß horizontal in x-Richtung laufende Wellen beim Auftreffen auf den Rand exakt unterdrückt werden. Für $x = 0$, $z = 0$ und $z = z_{max}$ wurde ebenfalls $b = 1$ gewählt. Wellen mit Einfallswinkeln bis 35° werden maximal bis zu 10 % reflektiert. Obwohl Clayton und Engquist kompliziertere Randbedingungen vorschlagen, die das Reflexionsminimum verbreitern, reicht die einfache Randbedingung (3.3) für unsere Zwecke aus.

4. Modellrechnungen

4.1 Rekonstruktion einer Synklinalstruktur

Das in den vorangegangenen Kapiteln entwickelte theoretische Konzept soll im folgenden auf eine Synklinalstruktur angewendet werden. In der Abb. 4.1 ist das Modell dargestellt, bei dem

Abb. 4.1: Modell der Synklinale: v_1 = 1500 m/s, v_2 = 1000 m/s, ϱ_1/ϱ_2 = 2
$S_1 \ldots S_n$ Schußpunkte, $G_1 \ldots G_n$ Empfängerauslage
Schußpunkt-Empfänger Konfiguration wird über die Struktur
in x-Richtung hinweggeführt



zwei Schichten unterschiedlicher Geschwindigkeit v und Dichte ϱ durch eine gekrümmte Grenzfläche getrennt sind. Wir beschränken uns hier auf den Zwei-Schichtfall und die Rekonstruktion einer einzigen Trennfläche, für die wir zur Wellenfeldfortsetzung Gleichung (2.8) verwenden können. Die Laufzeit der direkten Welle von der Quelle zu jedem beliebigen Punkt im Innern des oberen Mediums läßt sich einfach berechnen, und die Abbildungsvorschriften im Kapitel 2.1 lassen sich problemlos anwenden, da wir hier die Wellenausbreitung in einem Medium mit konstanter Geschwindigkeit betrachten. Wir verwenden zur Wellenfeldfortsetzung das Finite-Differenzen Verfahren. Für diesen Modellfall ließe sich aber auch die Kirchhoff-Migration und die ω-k-Migration verwenden, für die die Voraussetzung v = const erfüllt ist. Die Rekonstruktion einer Synklinale aus an der Oberfläche gemessenen Reflexionen stellt ein kompliziertes Problem dar. Die Synklinale wirkt für seismische Wellen wie ein Hohlspiegel, der die einfallende Welle fokussiert reflektiert. Das in Laborexperimenten gemessene Wellenfeld über einer Synklinale zeigt ein kompliziertes Laufzeit- und Amplitudenverhalten der Seismogramme (Hilterman, 1970). Die einfache Transformation des Zeitmaßstabs der Seismogramm-Sektion in einen Tiefenmaßstab, wenn man die Geschwindigkeit kennt, eignet sich nicht zur Bestimmung der Tiefenlage des Reflektors. Zur Vereinfachung wurde die Geschwindigkeit des oberen Mediums mit V_1 = 1500 m/s größer als die des unteren Halbraums V_2 = 1000 m/s und $\varrho_1/\varrho_2 = 1/2$ gewählt, um eventuell auftretende refraktierte Wellenenergie auszuschließen, die von dem hier verwendeten FD-Migrationsverfahren nicht behandelt werden kann. Bei der Berechnung der synthetischen Seismogramme werden außerdem Oberflächenmultiple durch absorbierende Randbedingungen gedämpft. Das Studium dieses stark idealisierten Modells, das alle Voraussetzungen der Gleichung (2.8) erfüllt, liefert uns trotz der Einschränkungen wichtige Erkenntnisse, die zur Beurteilung der CMP-, Einzelschuß- und Ebene-Wellen-Migration beitragen. Die Synklinale ist symmetrisch um den Schußpunkt S_n gewählt worden und weist im Flankenbereich maximal eine Steigung von 35° auf. An der Oberfläche befindet sich eine seismische Linienquelle S_1, die ihre Wellenenergie mit einer dominierenden Frequenz von 50 Hz abstrahlt. Als Quellimpuls wurde nach Küpper (1958)

$$s(t) = \begin{cases} \sin\frac{n\pi}{T}t - \frac{n}{n+2}\sin\frac{(n+2)\pi}{T}t & 0 \le t \le T \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \qquad (4.1)$$

mit n = 2 und T=20 ms verwendet. Die Reflexion der Synklinale wird mit Gleichung (3.1) entlang der Geophonauslage $G_1 \ldots G_n$ berechnet. Für die CMP-Migration reicht die Information entlang der halben Auslage von $G_1 \ldots S_1$ aus, um die Struktur zu rekonstruieren. Für die Einzelschuß- und die Ebene-Wellen-Migration hat es sich jedoch als nützlich erwiesen, zusätzlich noch die Information entlang der rechten Auslage $S_1 \ldots G_n$ zu berechnen. Das Einzelschußexperiment wird an mehreren Schußpunkten $S_1 \ldots S_n$ wiederholt, und die Schußpunkt-Geophon-Anordnung zur Simulation des Feldexperiments über die Struktur hinweggeführt. Die Länge der Auslage, d.h., der Abstand vom Schußpunkt bis zum entferntesten Geophon, wurde den Verhältnissen der praktischen Meßdurchführung angepaßt, bei der die Auslage ungefähr doppelt so lang wie die Reflektortiefe gewählt wird. Die Seismogramme werden gleichabständig berechnet, wobei ihr Abstand Δx die räumliche Aliasingbedingung $\Delta x < \frac{v}{2 f_{max} \sin\alpha}$ erfüllen muß. Man erhält diese Bedingung, wenn die größte auftretende horizontale Wellenzahl $k_x = \frac{2\pi f_{max} \sin\alpha}{v}$ kleiner als die Nyquistwellenzahl $k_{nyq} = \frac{2\pi}{2\Delta x}$ ist. Dabei bezeichnet v die Materialgeschwindigkeit, fmax die maximal auftretende Frequenz des Quellimpulses und α dem Auftauchwinkel der reflektierten Welle, gegen die z-Richtung gemessen. Es ergibt sich beispielsweise für v = 1500 m/s, $\alpha = 45^\circ$ und fmax = 150 Hz ein Seismogrammabstand von ca. 7 m. Die auf diese Weise gewonnenen Einzelschuß-Sektionen können direkt für die Einzelschuß-Migration verwendet werden und bilden außerdem das Datenmaterial, mit dem sich die CMP- und Ebene-Wellen-Sektionen als Eingabe für die entsprechenden Migrationsverfahren erzeugen lassen.

4.2 Migration der CMP-Sektion

Grundlagen

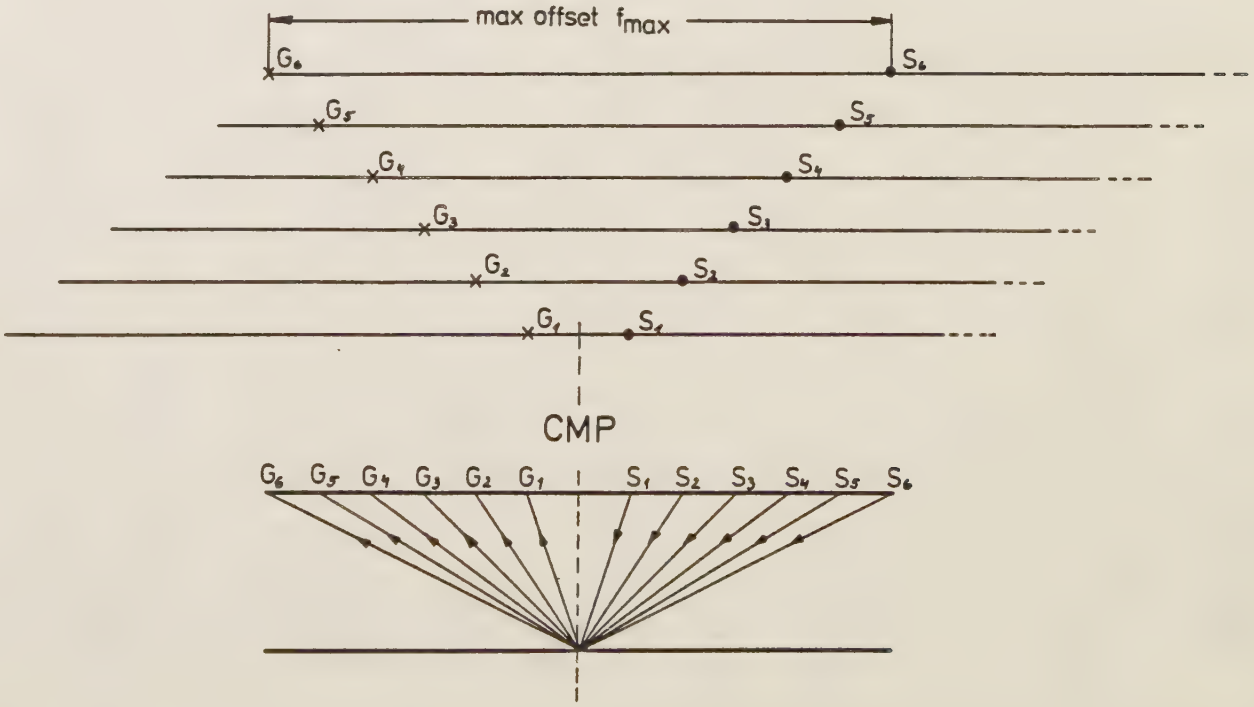
Die eben beschriebene Meßdurchführung liefert Einzelschuß-Sektionen, aus denen im Standardbearbeitungsverfahren CMP-Sektionen konstruiert werden. Die Meßdurchführung und die CMP-Technik

Abb. 4.2: Konstruktion einer CMP-Gruppe;
sechsfache Überdeckung eines horizontalen Reflektors

f_{max} größter Abstand zwischen Schußpunkt und Geophon

CMP = Common Midpoint, Mittelpunkt aller Schußpunkt-Geophonanordnungen an der Oberfläche

$S_1 \ldots S_6$ Schußpunkte, $G_1 \ldots G_6$ Geophonpositionen



wurden von Mayne (1962) beschrieben, und sie basieren auf dem Prinzip der Mehrfachüberdeckung des reflektierenden Untergrundes. Dabei werden die Reflexionsantworten mehrerer Einzelschußexperimente mit veränderlichem Schußpunkt-Geophonabstand, die alle von einem Reflexionspunkt im Untergrund stammen, nach entsprechender Laufzeitkorrektur superponiert. Der CMP (common midpoint) ist der allen Schußpunkten und Empfängern gemeinsame Mittelpunkt an der Oberfläche. Am Beispiel der Abb. 4.2 soll das Verfahren kurz erläutert werden. Oben sind sechs Einzelschußexperimente $S_1 \ldots S_6$ dargestellt. Greift man sich die Seismogramme an den Positionen $G_1 \ldots G_6$ heraus, hat man die Situation in der Abb. 4.2 unten realisiert. Bei horizontaler Schichtung des Untergrundes stammen die Reflexionsantworten $G_1 \ldots G_6$ alle von einem gemeinsamen Reflexionspunkt. Der Reflexionspunkt wurde hier durch sechs Einzelschüsse angeschossen; man spricht deshalb von einer sechsfachen Überdeckung. Die Seismogramme $G_1 \ldots G_6$ bilden eine CMP-Gruppe, in der sich die Laufzeiten der Reflexion durch die Gleichung

$$t(f) = T_0 \sqrt{1 + \frac{f^2}{v^2 T_0^2}} \quad \text{mit} \quad T_0 = \frac{2h}{v}$$
$$\approx T_0 \left(1 + \frac{f^2}{2v^2 T_0^2}\right) \quad \text{für} \quad \frac{f^2}{2v^2 T_0^2} \ll 1 \qquad (4.2)$$

f Abstand vom Schußpunkt zum Geophon
T_0 Vertikallaufzeit
h Schichtdicke
v Materialgeschwindigkeit

beschreiben lassen. Die Laufzeit t(f) ist eine Hyperbel mit dem Scheitel bei f = 0. Die Krümmung der Hyperbel wird durch v und T_0 bestimmt. In unserem Beispiel wird für v die Materialgeschwindigkeit v_1 = 1500 m/s verwendet. Im allgemeinen Fall mehrerer Schichten verwendet man die 'root mean square' Geschwindigkeit v_{RMS}, eine mittlere Geschwindigkeit der Schichten vom Reflexionspunkt bis zur Oberfläche (Taner und Koehler, 1969). Die Reflexionssignale in der CMP-Gruppe werden nun wie in der Praxis üblich entlang Parabeln nach Gleichung (4.2) addiert, und das Stapelergebnis dem Zeitpunkt T_0 an der Stelle des CMP zugeordnet. Für

verschiedene T_o erhält man ein Seismogramm, die CMP-Spur, von der angenommen wird, daß sie dem Zero-Offset-Seismogramm entspricht, bei dem Quelle und Empfänger eine identische Position innehatten. Alle CMP-Spuren zusammen ergeben die CMP-Sektion, die gegenüber den Einzelschuß-Sektionen folgende Vorteile aufweist:

- Verbesserung des Signal-Noise-Verhältnisses
- Multiple Reflexionen sind geschwächt, da bei gleicher Laufzeit die Krümmung der Hyperbeln der Multiplen stärker ist, als die der Primärreflexionen.
- Die Laufzeiten der CMP-Sektion entsprechen Lotzeiten, d.h., den Laufzeiten eines seismischen Strahls, der den Reflektor senkrecht trifft und in sich selbst reflektiert wird.

Die CMP-Technik wird in der Praxis auch für geneigte Reflektoren angewendet, und sie weist die gleichen Vorteile gegenüber Einzelschuß-Sektionen auf. Sie hat jedoch ihre Grenzen in der Anwendung auf sehr stark geneigte Reflektorelemente, die nahe an der Erdoberfläche liegen. Bei geneigtem Reflektor muß nämlich die Stapelgeschwindigkeit v durch die Geschwindigkeit $v/\cos \alpha$ ersetzt werden, wobei α die Schichtneigung ist, die gegen die Horizontale gemessen wird.Die Krümmung der Reflexionshyperbel, die über einer geneigten Schicht gemessen wurde, ist daher geringer als die, die über einem horizontal liegenden Reflektor gemessen wird. Weiterhin stammen die Reflexionen nicht mehr von einem Reflexionspunkt im Untergrund, sondern sie finden an Reflexionspunkten statt, die, je größer der Schußpunkt-Geophonabstand wird, näher an der Oberfläche liegen. Die Einzelschußexperimente überdecken in diesem Fall einen Bereich des Reflektors, der umso größer ist, je steiler die Schicht einfällt. Sowohl die Schichtneigung als auch die Änderung der Krümmungsverhältnisse im Reflexionsbereich sind nicht vorhersagbar. Bei der Stapelung mit der Geschwindigkeit v an Stelle von $v/\cos \alpha$ werden bei großen Schichtneigungen die Signale nicht phasenrichtig addiert und können in Extremfällen sogar zerstapelt werden. Der größte Abstand zwischen Quelle und Empfänger muß immer so gewählt werden, daß die Abweichung zwischen der gewählten Summationsparabel und der gemessenen Laufzeitkurve in der CMP-Gruppe kleiner als eine

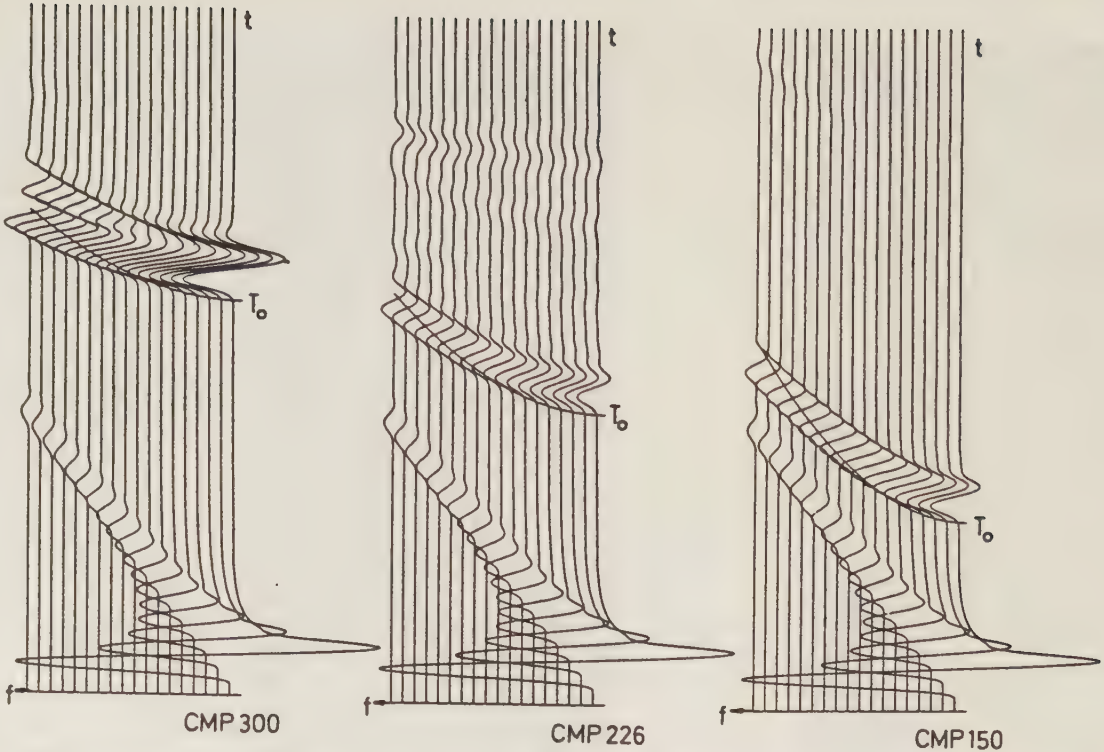
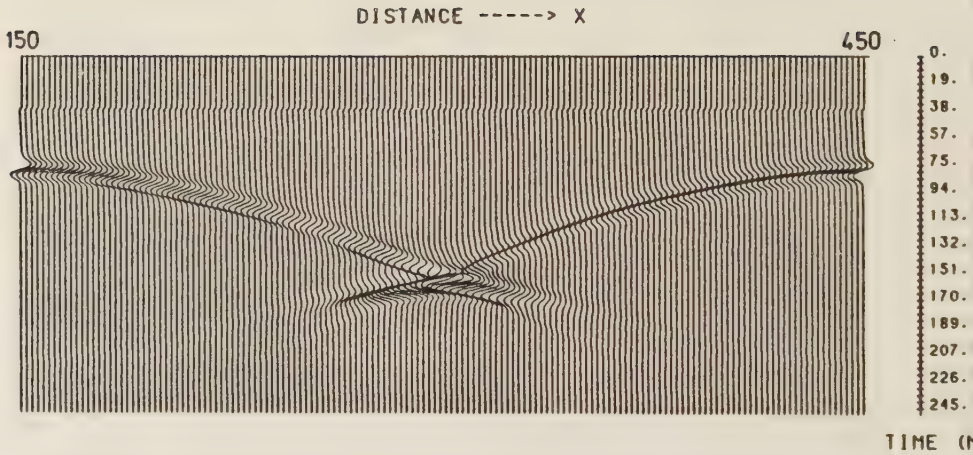


Abb. 4.3: CMP-Gruppen: links - Reflexion von der tiefsten Stelle der Synklinale x = 300 m (Abb. 4.1)
Mitte - Reflexion von der Flanke x = 226 m
rechts - Reflexion vom oberen Bereich der Synklinale x = 150 m
In die Reflexion ist zusätzlich jeweils eine Summationsparabel mit der Zweiweglaufzeit T_o eingetragen



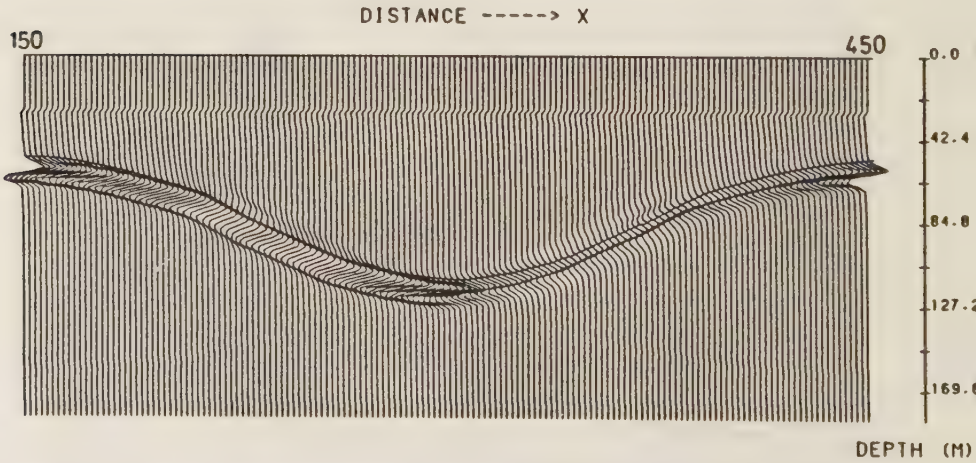


Abb. 4.4: oben: CMP-Zeitsektion der Reflexion der Synklinale von CMP150 - CMP450
unten: migrierte Tiefensektion der Synklinale mit Darstellung der wahren Tiefenlage (durchgezogene Kurve am Beginn der Impulse)
Migrationsgeschwindigkeit c = 750 m/s, Δz = 2.12 m

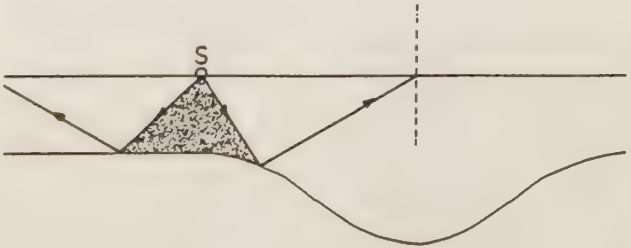
Periode ist (Mayne, 1962). Wir zeigen nun die Anwendung des CMP-Standardverfahrens auf die Synklinalstruktur.

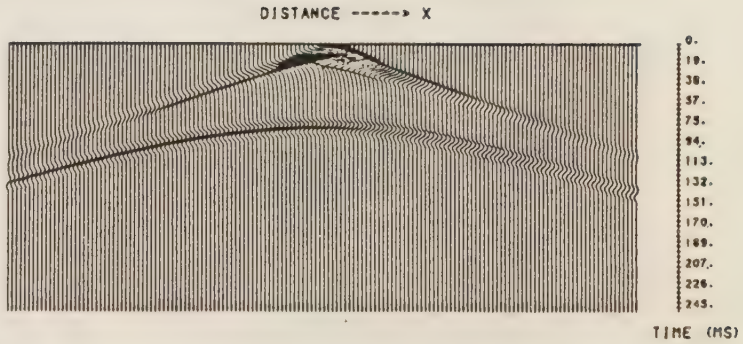
Anwendung

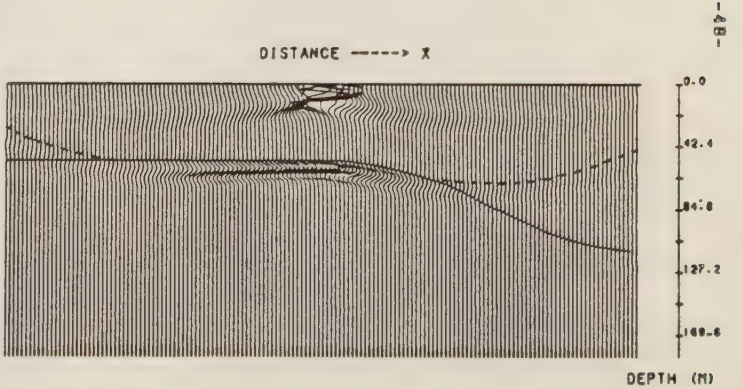
In der Abb. 4.3 sind die CMP-Gruppen für die CMP300, d.h., für x = 300 (siehe Abb. 4.1), CMP226 und CMP150 dargestellt. Rechts beim CMP150 stammt die Reflexion vom oberen Teil der Synklinale, in der Mitte (CMP226) von der steilen Flanke und links beim CMP300 vom tiefsten Punkt des Reflektors. Der Abstand f zwischen Quelle und Empfänger ist von rechts nach links aufgetragen und die Laufzeit t nach oben. In allen drei Fällen wurde eine 18fache Überdeckung realisiert. Nach dem Ersteinsatz der direkten Welle folgt die Reflexion, die zu früheren Zeiten verschoben ist, je näher der Reflexionspunkt der Synklinale an der Oberfläche liegt. In die Reflexion ist jeweils eine Summationsparabel, gemäß Gleichung (4.2), eingezeichnet, entlang der die Summation durchgeführt wurde. Die Abweichung ihrer Krümmung von der tatsächlichen Laufzeitkurve hat ihre Ursache sowohl in der Approximation des Wurzelausdrucks (4.2) als auch in der Schichtneigung. Der Fehler ist jedoch erfahrungsgemäß tolerierbar, solange er innerhalb einer Periode liegt. Für alle CMP erhalten wir die CMP-Sektion in Abb.4.4 oben. Dargestellt ist das reflektierte Signal der gesamten Synklinalstruktur mit der charakteristischen Laufzeitschleife im Zentralbereich bei Laufzeiten von 150-200 ms. Die Impulsformen der äußeren CMP-Spuren entsprechen dem Anregungsimpuls und wurden durch die Stapelprozedur nicht verändert. Im Zentralbereich der Sektion erkennen wir jedoch starke Veränderungen der Amplituden und der Impulsform, die hauptsächlich ihre Ursachen in den Fokussierungseigenschaften der Synklinale haben (Hilterman, 1970). Weiterhin sehen wir im Zentralbereich schwache Verzerrungen der Ersteinsatzzeit, die dann entstehen, wenn die Reflexionsantworten von steilen Schichtneigungen gestapelt werden. Wenden wir unter Annahme der Geschwindigkeit v= 750 m/s das CMP-Migrationsverfahren, das im Abschnitt 2.1 beschrieben wurde, auf diese Sektion an, erhalten wir die rekonstruierte Tiefensektion in Abb. 4.4 unten. Zur Wellenfeldfortsetzung wurde ein Tiefeninkrement von Δz = 2.12 m gewählt, was einem Intervall von ca. 1/12 der dominierenden Wellenlänge entspricht. Das Signal der Tiefendarstellung wird dadurch nur an jeder dritten Stützstelle im Vergleich zur Darstellung in der Zeitsektion erfaßt. In die Rekonstruktion ist

Abb. 4.5: Einzelschußexperiment mit Schußpunkt S150
Auslage von x = 0 bis x = 300 m

links: Strahlenseismisch beleuchteter Bereich der Synklinale
oben rechts: mit FD-Verfahren berechnete Zeitsektion
unten rechts: Finite Differenzen Migration des Einzelschusses
dz = 2.12 m, v = 1500 m/s







zusätzlich der wahre Tiefenverlauf der Grenzfläche eingezeichnet. Sowohl die Tiefenlage als auch die Form der Synklinale ist gut rekonstruiert. Die geringfügigen Abweichungen im Flankenbereich sind auf die Impulsverformungen durch die CMP-Stapelung zurückzuführen. Da wir die Migrationsgeschwindigkeit kennen, stellt dieses Migrationsergebnis bei der Wahl der hier verwendeten Auslagenlänge und des Überdeckungsgrades das beste Ergebnis dar, das wir mit Hilfe der CMP-Technik erwarten können.

Zusammenfassung

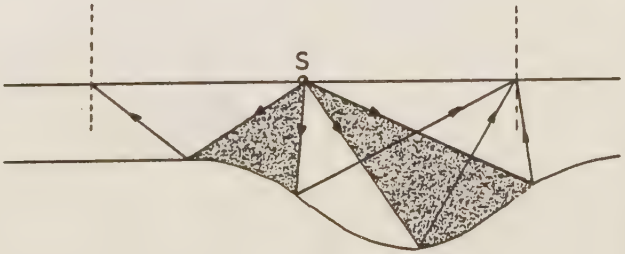
Die CMP-Migration ließ sich zur Rekonstruktion unserer Modellstruktur erfolgreich anwenden. Wir erhalten als Migrationsergebnis die gesamte Synklinalstruktur, die geometrisch gut mit der wahren Tiefenstruktur übereinstimmt. Die Signalform des gestapelten Signals entspricht dem Anregungssignal, jedoch traten im steilen Flankenbereich der Synklinale Verzerrungen auf. Die CMP-Stapelung konnte bei unserer gewählten Meßanordnung sinnvoll angewendet werden, d.h., die Stapelung erfolgte entlang Parabeln, deren Abweichung von der wahren Reflexionslaufzeitkurve nicht größer als eine Periode war.

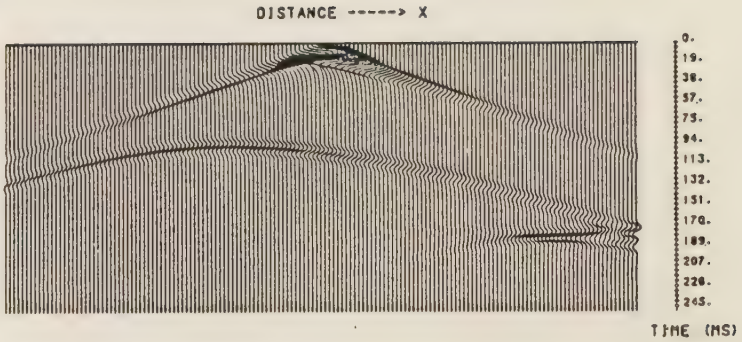
4.3 Migration der Einzelschuß-Sektion

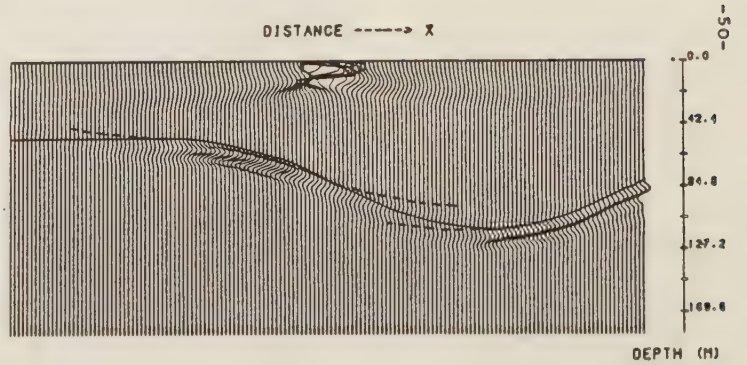
Wir betrachten jetzt die Anwendung der Einzelschuß-Migration auf die synthetischen Einzelschuß-Sektionen und beginnen mit dem Schußpunkt S150 (siehe Abb. 4.1: S_1). Die Geophonauslage erstreckt sich links bis x = 0 und rechts bis zur Symmetrieachse der Synklinale bei x = 300 m. An der Stelle x = 150 m befindet sich eine seismische Quelle, die Zylinderwellen in den Untergrund abstrahlt. In der Abb. 4.5 links ist das Experiment strahlenseismisch dargestellt. Wegen der endlichen Geophonauslage können wir nur Reflexionen von dem beleuchteten Bereich der Synklinale erwarten, der durch die beiden eingezeichneten Grenzstrahlen bestimmt wird. Reflexionen jenseits dieser beiden Grenzstrahlen werden von der hier gewählten Auslage nicht mehr erfaßt. Somit wird die Zeitsektion der Abb. 4.5 oben rechts auch nur die Information des beleuchteten Ausschnitts der Synklinale enthalten. Wir sehen als Ersteinsatz die direkt gelaufene Welle, gefolgt von der Primärreflexion der Synklinale. Oberflächenmultiple und Reflexionen

Abb. 4.6: Einzelschußexperiment S226
Auslage von x = 73 m bis x = 376 m

links: Strahlenseismisch beleuchteter Bereich
oben rechts: mit FD-Verfahren berechnete Zeitsektion
unten rechts: FD-Migration des Einzelschusses mit wahrer Tiefenlage des Reflektors und künstlichen Diffraktionen







von den Modellrändern sind gedämpft. Im rechten Teil der Zeitsektion ist der Abstand des reflektierten Signals von der direkt gelaufenen Welle größer als links, da rechts die Reflexionen vom tieferen Teil des Reflektors stammen. Die Rekonstruktion der Synklinale aus der Zeitsektion ist darunter dargestellt und bildet, wie zu erwarten war, auch nur den Teilbereich der Synklinale ab, dessen Reflexion durch die endliche Apertur erfaßt wurde. Die wahre Tiefenlage des Reflektors ist zusätzlich eingezeichnet. Die rekonstruierte Struktur stimmt sehr gut mit der Modellstruktur überein. Die Wellenfeldfortsetzung erfolgt mit der wahren Geschwindigkeit v = 1500 m/s und mit dem Tiefeninkrement Δz = 2.12 m. An den Enden der rekonstruierten Synklinale, die durch die Grenzstrahlen gegeben sind, schließen sich schwache künstliche Diffraktionen an. Sie sind durch die gestrichelten Linien markiert und entstehen bei der Migration, da durch die endliche Auslage nicht das vollständige Wellenfeld erfaßt wurde. Jenseits der Auslagenenden würde man in diesem Experiment noch Wellenenergie registrieren.

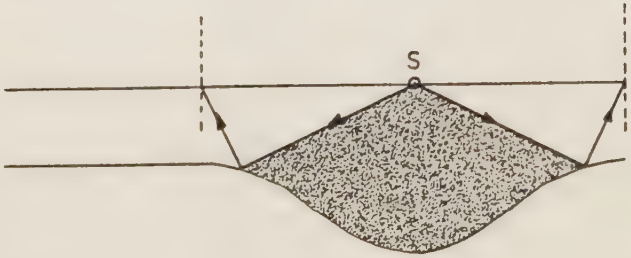
In der Abb. 4.6 befindet sich der Schußpunkt S226 über dem steilen Flankenbereich der Synklinale. Die Geophonauslage erstreckt sich von x = 73 m bis x = 376 m. Wie in der Abbildung links dargestellt, werden bei dieser Meßanordnung diesmal zwei getrennte Bereiche der Synklinale erfaßt. Die Einzelschuß-Sektion dieses Experiments ist oben rechts abgebildet. Die Reflexionsantwort zeigt auf der rechten Seite einen starken Laufzeitunterschied zur direkten Welle und die für die Synklinale charakteristische Laufzeitschleife bei 170-200 ms, in der die Information der rechten Flanke der Struktur enthalten ist. Das rekonstruierte Ergebnis ist darunter abgebildet und bestätigt die strahlenseismisch vorhergesagten Teilbereiche, über die in der Zeitsektion Information vorhanden war. Sie stimmen wiederum in ihrer Tiefenlage und Form sehr gut mit der wahren Tiefenstruktur überein. An den Enden der Reflexionselemente bilden sich aufgrund der endlichen Auslagenlänge wiederum schwache künstliche Diffraktionen aus, die durch die gestrichelten Linien angedeutet sind.

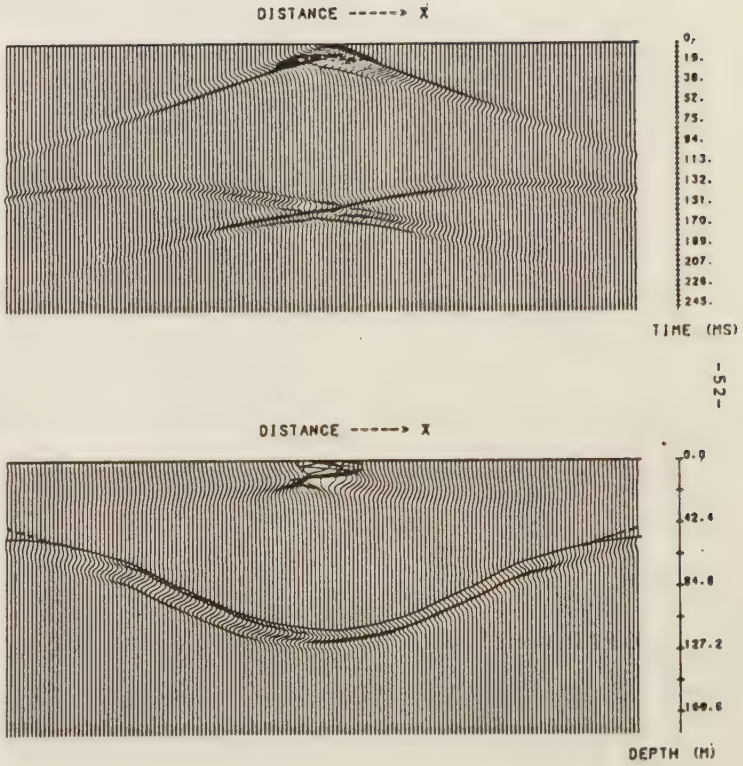
Abb. 4.7: Einzelschußexperiment S300
Auslage von x = 150 m bis x = 450 m

links: Strahlenseismisch beleuchteter Bereich

oben rechts: mit FD-Verfahren berechnete Zeitsektion

unten rechts: FD-Migration des Einzelschusses mit wahrer Tiefenlage und künstlichen Diffraktionen





Befindet sich der Schußpunkt im Zentrum der Synklinale am Punkt S300, überdecken wir fast die gesamte Struktur (Abb. 4.7). In der Zeitsektion oben rechts ist die Reflexionsantwort abgebildet. Die Laufzeitschleife mit der seismischen Information von beiden Flanken der Synklinale ist vollständig erfaßt und liegt im Vergleich zum S226 Experiment bei früheren Zeiten von 140-180 ms. Sie ähnelt in ihrer Form der Laufzeitschleife im CMP-Experiment der Abb. 4.4 oben. Auch hier treten im Schleifenbereich durch die Abbildungseigenschaften der Synklinale starke Signalveränderungen auf. Die rekonstruierte Synklinale ist darunter abgebildet und stimmt in ihrer Form und Tiefenlage sehr gut mit der wahren Struktur überein. Auch die steilen Flanken des Reflektors sind gut rekonstruiert und die Impulsform in der migrierten Sektion bleibt über den gesamten Bereich gut erhalten.

Zusammenfassung

Die Einzelschuß-Migration konnte mit dem für die CMP-Technik gewonnenen Datenmaterial erfolgreich an dem Synklinalmodell demonstriert werden. Die rekonstruierte Struktur stimmt sehr gut mit der wahren Modellstruktur überein. Die Signalform in der migrierten Sektion bleibt erhalten und ändert sich auch nicht im steilen Flankenbereich der Struktur. Aufgrund der endlichen Auslagenlänge der Geophone konnten, je nach Lage des Schußpunktes, jedoch nur Teilbereiche des Reflektors rekonstruiert werden. Ist das Wellenfeld nicht vollständig erfaßt worden, d.h., ist die Amplitude der Reflexion am Ende der Auslage noch nicht abgeklungen, erzeugt das Migrationsverfahren im rekonstruierten Ergebnis künstliche Diffraktionen.

4.4 Migration der Ebene-Wellen-Sektion

Grundlagen

Das Wellenfeld, das man in der Reflexionsseismik an der Oberfläche mißt, ist nicht nur abhängig von der inhomogenen Untergrundstruktur, sondern es wird auch von der seismischen Quelle durch ihre Abstrahlcharakteristik und die geometrischen Ausbreitungseffekte beeinflußt. Für den Fall der Anregung durch eine Explosionspunktquelle (Müller, 1971) oder wie in unserem

Fall durch eine Linienquelle (Schultz und Claerbout, 1978), die isotrop Zylinderwellen abstrahlt, läßt sich der Quelleinfluß rückgängig machen. Man erhält als Resultat die Ebene-Wellen-Reflexion, d.h., das Wellenfeld, das man bei einer Anregung durch eine ebene Welle messen würde. Die Bearbeitung von Ebene-Wellen-Sektionen zur Rekonstruktion hat folgende Vorteile:

- das einfallende Wellenfeld ist überall auf dem Reflektor hinsichtlich seiner Amplitude und Wellenform gleich.
- Im Gegensatz zu der CMP-Sektion ist die Ebene-Wellen-Sektion ein physikalisch meßbares Wellenfeld, das mit der Wellengleichung bearbeitet werden kann.
- Der Reflexionskoeffizient der rekonstruierten Struktur ist bis auf eine Konstante bestimmt, wenn man nur die Amplituden des fortgesetzten reflektierten Wellenfeldes betrachtet (siehe Kap. 2.1).
- Die Winkelabhängigkeit des Reflexionskoeffizienten läßt sich durch geeignete Wahl der Einfallsrichtung der ebenen Welle ausnutzen, um Teilbereiche des Reflektors hervorzuheben oder zu unterdrücken.
- Das Signal-Noise-Verhältnis einer Ebene-Wellen-Sektion liegt zwischen dem der CMP-Sektion und der Einzelschuß-Sektion.

Zur Herleitung der Bestimmungsgleichung der Ebene-Wellenantwort U_E aus der Einzelschuß-Sektion U_C für den 2-dimensionalen Fall verwenden wir das Reziprozitätsprinzip.

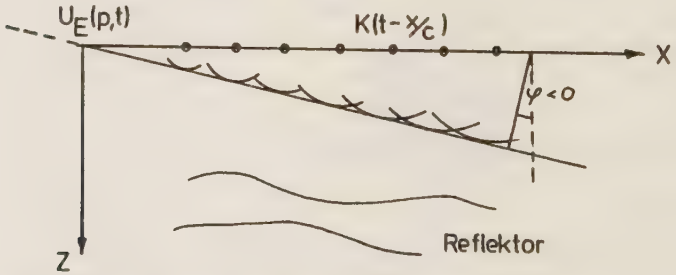


Abb. 4.8: Zur Ableitung der Formel 4.3 nach dem Reziprozitätsprinzip
U_E Ebene-Wellenantwort
$K(t-x/c)$ horizontale Linienkraft
φ Einfallswinkel der ebenen Welle

Eine horizontale Linienkraft K(t) an der Stelle x = 0, senkrecht zur (x,z) Ebene, erzeugt am Geophon an der Stelle x > 0 die Horizontalverschiebung $U_c(x,t)$, wobei in unserem Fall die Partikelbewegung senkrecht zur (x,z) Ebene stattfindet. Das Reziprozitätsprinzip besagt nun, daß die gleiche Linienkraft an der Stelle x > 0 auch die gleiche Horizontalverschiebung $U_c(x,t)$ an der Stelle x = 0 erzeugt. Dies gilt für beliebige Untergrundstrukturen. Eine zeitlich verzögerte Kraft $K(t-\frac{x}{c})$ in x > 0 erzeugt in x = 0 die verzögerte Horizontalverschiebung $U_c(x,t-\frac{x}{c})$. Wir stellen uns jetzt vor, daß unendlich viele Kräfte $K(t-\frac{x}{c})\,dx$ entlang der x-Koordinate wirken (Abb. 4.8), die je nach ihrer Lage so mit der Synchronisationsgeschwindigkeit $c = v/\sin\varphi$ (φ gegen die Vertikale gemessen) verzögert werden, daß die Einhüllende der Zylinderwellen einer ebenen Welle entspricht. Dann erhalten wir an der Stelle x = 0 die Gesamtverschiebung der Ebene-Wellenantwort durch Addition der Einzelverschiebungen :

$$U_E(p,t) = \int_{-\infty}^{\infty} U_c(x,t-px)\,dx \qquad \text{mit} \quad p = \sin\varphi/v$$

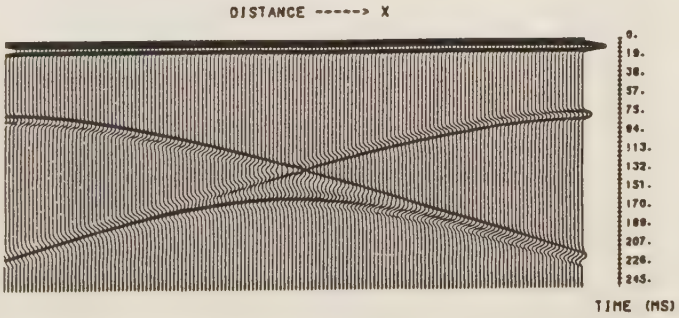
Der Strahlparameter p gibt die Einfallsrichtung φ der ebenen Welle an. Da wir das reflektierte Wellenfeld des Einzelschuß-Experiments nur an diskreten Stellen x_i entlang einer endlichen Auslage von x_o bis x_N kennen, nähern wir die Integration durch eine endliche Summation an :

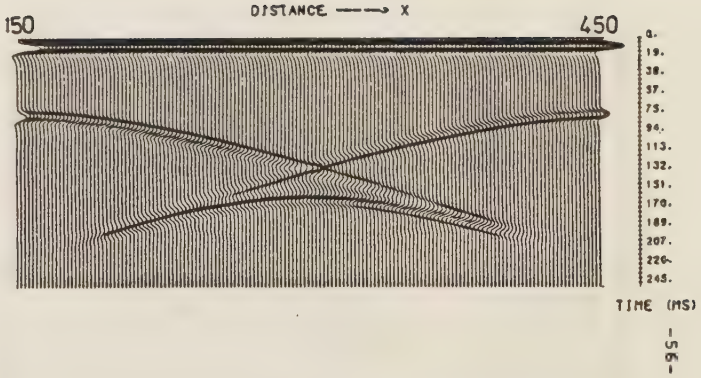
$$U_E(p,t) \approx \sum_{i=0}^{N} U_c(x_i,t-px_i)\,\Delta x \qquad (4.3)$$

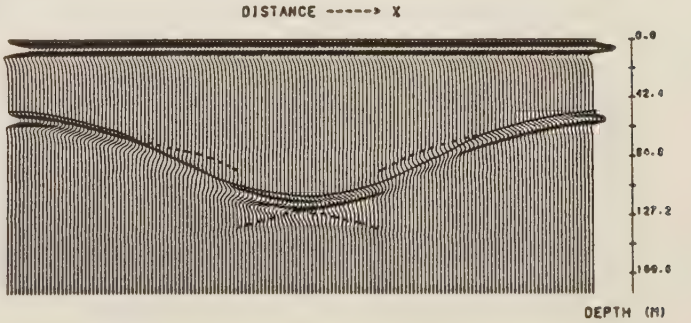
Die Seismogramme sind hier mit Δx gleichabständig gewählt. Wir erhalten die Ebene-Wellenantwort in Abhängigkeit von der Zeit t für eine bestimmte Einfallsrichtung p durch Addition der Einzelschuß-Seismogramme, die je nach ihrer Position x_i vorher statisch um den Laufzeitbetrag $-px_i$ korrigiert wurden. Wenn sich in der Einzelschuß-Sektion die Reflexionen entlang einer Geraden t' = t-px aufreihen, werden diese kohärent addiert und verstärken die Amplitude von U_E zum Zeitpunkt t. Man bezeichnet dies allgemein als slant stack und versteht darunter die Stapelung entlang geneigter Geraden in der (x,t) Zeitsektion (Abb. 4.9).

Abb. 4.10: Ebene-Wellen-Migration

oben rechts: slant stack für p = 0
links: mit FD-Verfahren berechnete Ebene-Wellenantwort
unten rechts: Migration der slant-stack-Sektion mit v = 1500 m/s, Δz = 2.12 m







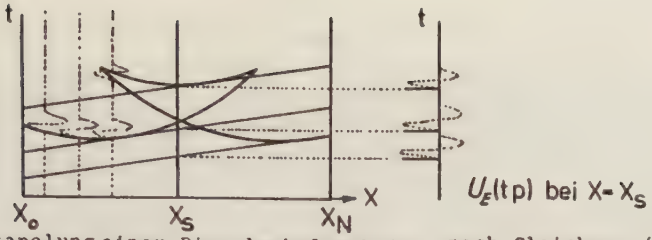
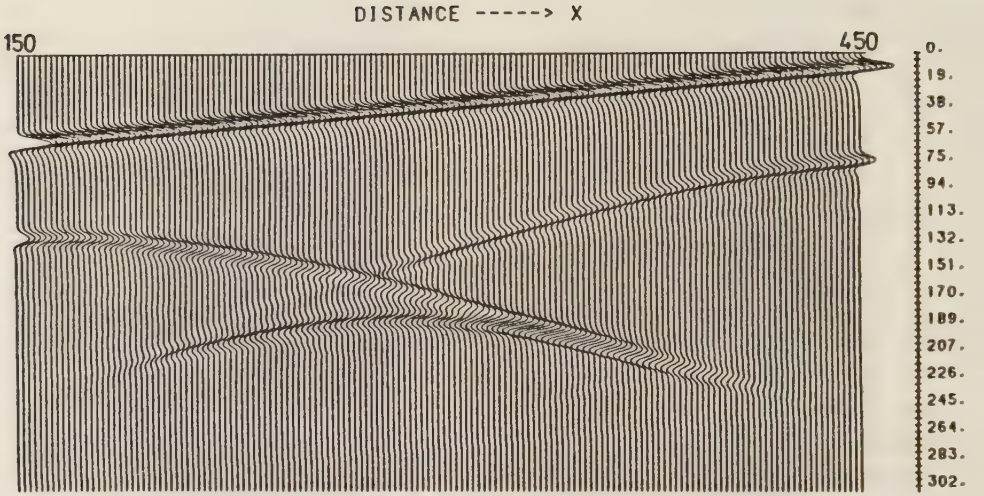


Abb. 4.9: Stapelung einer Einzelschuß-Sektion nach Gleichung (4.3) entlang geneigter Geraden. $U_E(t,p)$ ist die Ebene-Wellen-antwort an der Stelle des Schußpunktes $x=x_s$, mit $p < 0$.

Anwendung

Als erstes Beispiel wenden wir den slant stack auf die Einzelschuß-Sektionen unseres Synklinalmodells für den Fall p = 0 an. Wir konstruieren uns also für die Struktur diejenige Reflexionsantwort, die wir bei der Anregung durch eine vertikal nach unten laufende ebene Welle erhalten. Die Addition der Einzelseismogramme erfolgt ohne statische Korrektur, so daß alle Ereignisse, die sich horizontal in der (x,t) Sektion aufreihen, kohärent gestapelt werden. Das Stapelergebnis für jedes Einzelschuß-Experiment von S150 bis S450 ist in der Abb. 4.10 oben rechts dargestellt. Als Ersteinsatz sehen wir die direkte ebene Welle, der die Primärreflexion der Synklinale folgt. Im Unterschied zur CMP- und zur Einzelschuß-Sektion ist die für die Synklinale charakteristische Laufzeitschleife viel ausgeprägter. Sie ist horizontal auseinandergezogen und ihre Impulsfolge zeitlich gestreckt. Wir sehen weiterhin, daß die Impulsform durch die Stapelung verändert wurde. Der ursprünglich zweisinnige Anregungsimpuls in der Einzelschuß-Sektion erscheint in der Ebene-Wellen-Sektion nahezu einsinnig. Wir erkennen dies im Zeitbereich von 70 ms an den äußeren Seismogrammen, wo die Reflektorneigung horizontal wird. Zum Vergleich mit dieser Stapelsektion wurde die exakte Ebene-Wellen-Sektion für eine vertikal einfallende ebene Welle berechnet. Im Finite-Differenzen Formalismus wurde dazu die Verschiebung an der Oberfläche an allen Stützstellen gleich vorgeschrieben, und die Reflexionsantwort entlang der gleichen Auslage wie bei der Slant-Stack-Sektion berechnet. Als Anregungsimpuls wurde dabei der Impuls der Gleichung (4.1) mit n = 1 gewählt, der eine Zeitdauer hatte, die ungefähr der ersten Hauptschwingung in der Stapelsektion entsprach. Wir erkennen eine sehr gute Übereinstimmung der Stapelsektion mit der exakten



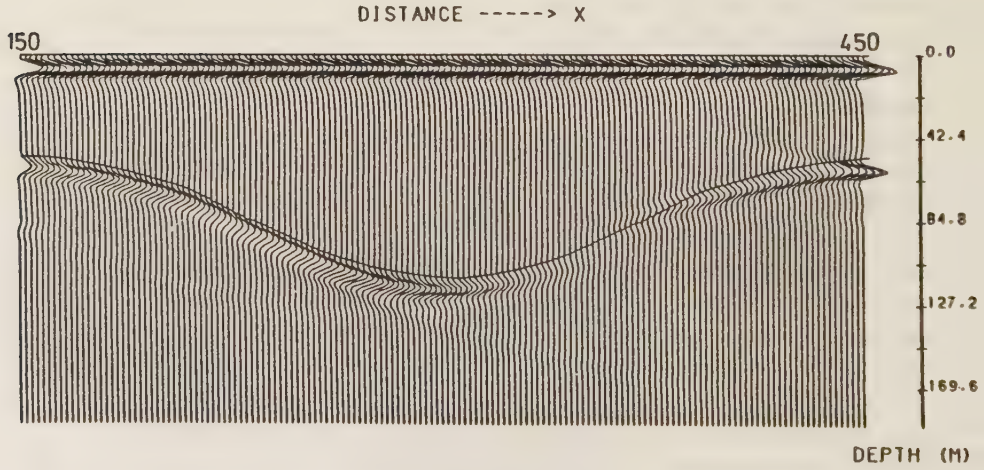


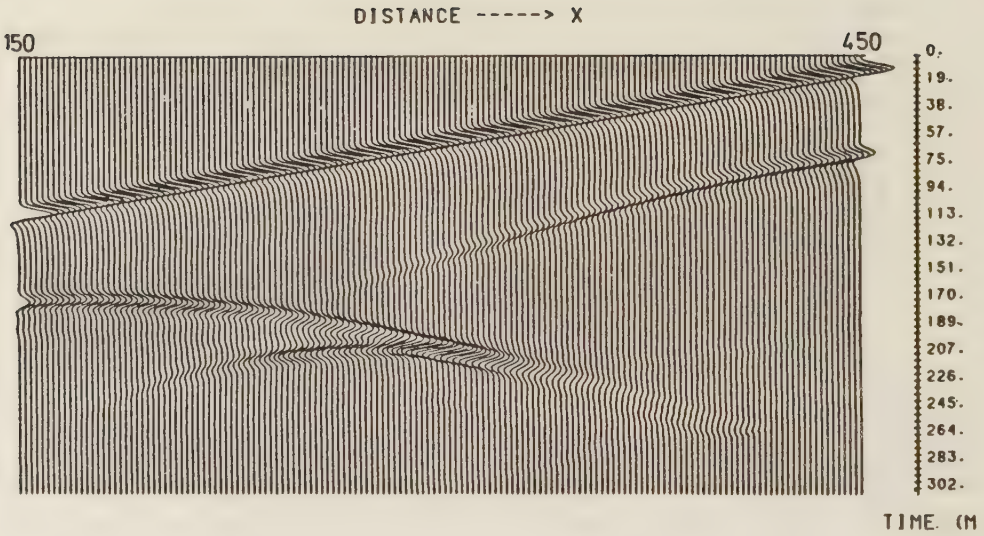
Abb. 4.11: Ebene-Wellen-Migration

oben: Ebene-Wellenantwort für eine unter -15° einfallende ebene Welle

unten: Migration der Ebene -Wellen Sektion mit $v = 1500$ m/s, $\Delta z = 2.12$ m

Ebene -Wellenantwort (Abb. 4.10 links). Sowohl die Impulsform als auch die Laufzeiten des reflektierten Wellenfeldes stimmen sehr gut überein. Im slant-stack sehen wir jedoch, daß die Laufzeitschleife unvollständig konstruiert wurde, was auf die endliche Auslagenlänge bei den Einzelschüssen zurückzuführen ist. Die äußeren Seismogramme wurden aus Einzelschuß-Sektionen erstellt, die aufgrund ihrer Auslagenlänge nicht die gesamte Reflexionsantwort der Synklinale enthielten (vgl. S150 in Kap. 4.3). In diesen Sektionen konnte nur bei ca. 70 ms die Reflexionsantwort kohärent gestapelt werden. Die beiden Einsätze, die in der exakten Ebene -Wellenantwort bei ca. 210-230 ms eng beieinander liegen, können nur aus Reflexionssignalen konstruiert werden, die weit außerhalb der Geophonauslage des Einzelschußexperimentes auftreten, und werden deshalb nicht erfaßt. Für die Rekonstruktion des Untergrundes verwenden wir die Abbildungsvorschrift in Kap. 2.1 für Ebene-Wellen-Migration mit der Bedingung $\varphi = 0$, also $M(x,z) = U(x,z,\frac{z}{v})$. Das Ergebnis der Migration ist in der Abb. 4.10 unten rechts dargestellt. Die Reflektorelemente, die horizontal sind bzw. geringe Neigungen aufweisen, wurden sowohl in ihrer Form als auch in ihrer Tiefenlage gut rekonstruiert. Zum Vergleich ist die wahre Tiefenlage der Synklinale in der migrierten Sektion eingezeichnet. An den Flanken der Synklinale zeigen die migrierten Seismogramme kleine Amplituden. Die Ursache für diese Amplitudenabnahme liegt im unvollständigen Wellenfeld der slant-stack-Sektion. Die Reflexionen von diesem steilen Flankenbereich, die sich in der Stapelsektion an die Laufzeitschleife bei ca. 190-220 ms anschließen würden, konnten, wie bereits erwähnt, mit der Geophonanordnung der Einzelschußexperimente nicht erfaßt werden. Als Folge dieses unvollständigen Wellenfeldes treten, wie bei den migrierten Einzelschuß-Sektionen, künstliche Diffraktionen auf. Sie sind durch die gestrichelten Linien angedeutet.

Als nächstes Beispiel betrachten wir die Abb. 4.11 oben. Hier wurde die Ebene-Wellenantwort für eine schräg einfallende ebene Welle synthetisiert. Die Welle fällt in negative x-Richtung unter dem Winkel von -15° auf die Struktur ein. Jedes einzelne Seismogramm der slant-stack-Sektion wurde entsprechend der horizontalen Scheingeschwindigkeit der Anregung an der Oberfläche



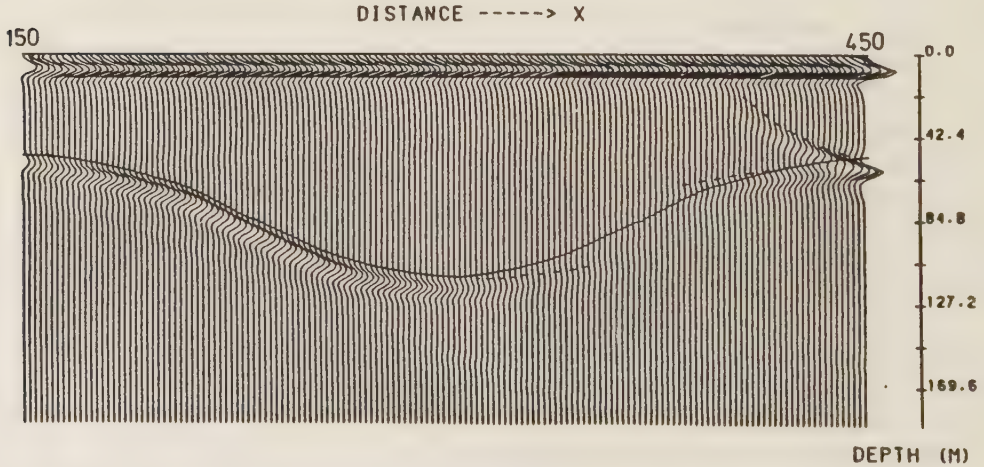


Abb. 4.12: Ebene-Wellen-Migration

oben: Ebene-Wellenantwort für eine unter -30° einfallende ebene Welle

unten: migrierte Ebene-Wellen Sektion mit. v = 1500 m/s, Δz = 2.12 m

zeitlich verzögert. Als Ersteinsatz erkennen wir die einfallende ebene Welle, die zum Zeitpunkt t = 0 am rechten Rand bei x = 450 m vorbeiläuft. Der direkten Welle folgt die Primärreflexion der Synklinale, die im Vergleich zur Abb. 4.10 nicht mehr symmetrisch ist. Die Laufzeitschleife ist zu kleineren x-Werten verschoben. Der linke Teil der Schleife weist eine große Lücke auf, während der rechte Teil vollständig geschlossen ist. Kontrollrechnungen für die exakte Ebene-Wellenantwort, die hier nicht abgebildet sind, zeigen jedoch auch hier, daß die Stapelsektion im rechten Teil der Laufzeitschleife unvollständig ist. Die Ursache für das unvollständig synthetisierte Wellenfeld liegt in der endlichen Auslagenlänge der Geophone beim Einzelschußexperiment. Im Zeitintervall von 150-220 ms erwarten wir im linken Teil der Laufzeitschleife die Reflexion von der rechten Flanke der Synklinale, während die Information über den linken Flankenbereich im rechten Teil der Laufzeitkurve zu suchen ist. Das Migrationsergebnis ist in der Abb. 4.11 unten dargestellt und bestätigt diese Vermutungen. Die linke Flanke der Struktur ist in Form und Tiefenlage im Vergleich zur wahren Tiefenlage des Reflektors, die zusätzlich eingezeichnet ist, sehr gut rekonstruiert. Wir sehen außerdem, daß der Steilwinkelbereich durch die Wahl der schrägen Einfallsrichtung der ebenen Welle deutlich hervorgehoben ist. Die rechte Flanke der Synklinale kann nicht rekonstruiert werden, da die Einzelschuß-Sektionen für diese Einfallsrichtung der ebenen Welle keine Reflexionen von diesem Bereich enthalten. Wir beobachten aufgrund der Unvollständigkeit der Ebene-Wellen-Sektion im rechten Bereich der migrierten Sektion schwache künstliche Diffraktionen, die durch die gestrichelten Linien angedeutet sind.

Vergrößern wir den Einfallswinkel der ebenen Welle auf -30°, erhalten wir die Stapelsektion der Abb. 4.12 oben. Die Welle fällt diesmal nahezu senkrecht auf die linke Flanke der Synklinale ein. Die reflektierte Welle weist im Vergleich zur Abb. 4.11 eine noch größere Lücke in der Laufzeitschleife auf, d.h., sie enthält noch weniger Information über den rechten Teil der Synklinale. Das Migrationsergebnis in der Abb. 4.12 unten zeigt den gut rekonstruierten linken Teil der Synklinale, und wir sehen auch, daß diesmal die größten Amplituden an der

Synklinaleflanke der migrierten Sektion auftreten, auf die die ebene Welle nahezu senkrecht eingefallen ist.

Zusammenfassung

Aus der Einzelschuß-Sektion läßt sich die Ebene-Wellenantwort für beliebige Einfallsrichtungen synthetisieren. Die Impulsform in der Ebene-Wellen-Sektion wird durch die Stapelprozedur verändert. Die Stapelsektion stimmt sehr gut mit der exakt berechneten Sektion überein. Abweichungen treten dann auf, wenn die Auslagenlänge im Einzelschußexperiment zu klein gewählt wird, so daß nicht die gesamte Reflexion der Struktur erfaßt wird. Je nach Wahl der Einfallsrichtung der ebenen Welle lassen sich Teilbereiche der Synklinale im migrierten Ergebnis hervorheben oder unterdrücken. Die Amplitudenverteilung in der migrierten Sektion wird durch die Einfallsrichtung der ebenen Welle bestimmt. Bei senkrechtem Einfall auf das Relfektorelement sind sie häufig am größten. Enthält die Ebene-Wellen-Sektion nicht die gesamte Reflexionsantwort, treten im migrierten Ergebnis künstliche Diffraktionen auf.

5. Amplitudenbetrachtungen migrierter Sektionen

In dem vorangegangenen Kapitel konnte die geometrische Rekonstruktion der Synklinale für alle drei Migrationsverfahren durchgeführt werden. Die Tiefenlage und die Form der rekonstruierten Synklinale stimmen sehr gut mit der vorgegebenen Modellstruktur überein. Für die praktische Exploration ist die genaue Lokalisierung von Reflexionselementen im Untergrund wichtig, um den Ort von Probebohrungen zur Erkundung von Kohlenwasserstroff-Lagerstätten festzulegen. Man sucht dabei in den migrierten Sektionen nach Anzeichen für Ölfallen, die sich geometrisch charakterisieren lassen. Wir werden nun im nächsten Schritt die Amplitudeninformation, die in der migrierten Tiefensektion enthalten ist, dazu benutzen, den Reflexionskoeffizienten der Struktur abzuleiten. Der Reflexionskoeffizient, der von den Materialeigenschaften Dichte und Geschwindigkeit bestimmt wird, bzw. seine räumliche Änderung, liefert wichtige Hinweise über die geologischen Schichtungsverhältnisse.

Erdgas- oder erdölgefüllte Sande stellen beispielsweise im Kontakt mit den sedimentären Schichten, die die Lagerstätte umgeben, eine starke seismische Diskontinuität dar, wobei der Reflexionskoeffizient für senkrechten Einfall Werte von R = -0.2 bis R = -0.3 annehmen kann. Wir können dadurch in den migrierten Sektionen die Gas- und Ölsande durch die relativ zur Umgebung starken Amplituden erkennen. Von Vorteil wäre es nun zu wissen, wie die räumlichen Begrenzungen der mit Kohlenwasserstoff gefüllten Sande aussehen, um zum einen abschätzen zu können, wie groß das zu erwartende Reservoir ist und zum anderen noch genauere Aussagen über den Ort der Lagerstätte zu machen.

Zur Bestimmung des Reflexionskoeffizienten muß man das reflektierte und das einfallende Wellenfeld auf dem Reflektor kennen. Das Verhältnis der Amplitude der reflektierten zur einfallenden Welle ergibt den Reflexionskoeffizienten. Die Amplitude der reflektierten Welle können wir direkt aus der migrierten Sektion entnehmen, denn wir haben bei der Migration das an der Oberfläche bekannte reflektierte Wellenfeld in die Tiefe fortgesetzt und auf dem Reflektor berechnet (vgl. Kap. 2.1). Das einfallende Wellenfeld können wir durch Modellrechnungen abschätzen. Betrachten wir beispielsweise das Einzelschuß-Experiment, so läßt sich die Amplitude der einfallenden Welle berechnen, da der Ort der Quelle und die genaue Tiefenlage des Reflexionspunktes bekannt ist. Wir benötigen zusätzlich noch die Information über die Amplitude des Quellimpulses. Bei unseren Modellrechnungen haben wir eine Linienquelle, die Zylinderwellen abstrahlt und deren Amplitude im Fernfeld mit $1/\sqrt{r}$ abnimmt, wobei r der Abstand vom Quellpunkt zum Reflexionspunkt ist. Bei dem Ebene-Wellen-Experiment haben wir eine einfachere Situation, da die einfallende ebene Welle ihre Amplitude bei der räumlichen Ausbreitung nicht ändert. Die Amplituden in der migrierten Sektion repräsentieren dann schon bis auf einen konstanten Faktor den Reflexionskoeffizienten der Struktur.

Bei der Einzelschuß- und Ebene-Wellen-Migration benutzen wir Eingabedaten, die wir durch ein physikalisches Experiment gewinnen können. Im Gegensatz dazu verwenden wir bei der

CMP-Migration eine Stapelsektion, deren Einzelseismogramme durch Superposition mehrerer Einzelschuß-Experimente konstruiert wurden. Wir machen dann die Annahme, daß die CMP-Stapelsektion einer Zero-Offset-Sektion entspricht, d.h. wir tun so, als hätten wir die Struktur entlang der Horizontalkoordinate mit einer identischen Quelle-Empfänger-Konfiguration vermessen. Aus allen Zero-Offset-Seismogrammen, wobei jedes einzelne durch ein physikalisches Experiment gewonnen wurde, wird eine Seismogramm-Montage erstellt, die Zero-Offset-Sektion. Es ist nun die Situation realisiert worden, daß sich entlang der Oberfläche an jedem Seismogramm in der Montage eine Quelle und ein Geophon befindet. Man könnte nun auf die Idee kommen, die Zero-Offset-Sektion ließe sich messen, indem man alle Schüsse an der Oberfläche zur gleichen Zeit zündet und die Reflexionsantwort an den Geophonen registriert. Dies ist jedoch nicht so. Es gibt kein physikalisches Experiment, mit dem man die Zero-Offset-Sektion messen kann. Man hilft sich mit der Annahme, daß sich die Zero-Offset-Sektion näherungsweise durch das Modellexperiment des explodierenden Reflektors (Loewenthal et al., 1976) erzeugen läßt, bei dem man die seismischen Quellen auf dem Reflektor verteilt und zum Zeitpunkt t = 0 explodieren läßt. Damit die Laufzeiten in der Zero-Offset-Sektion mit denen des Gedankenexperiments übereinstimmen, nimmt man an, daß sich die vom Reflektor nach oben laufende Welle mit halber Materialgeschwindigkeit ausbreitet. Die Wellenfeldfortsetzung der CMP-Zeitsektion mit Hilfe der Wellengleichung und die Verwendung der Abbildungsbedingung für die CMP-Migration führte, wie wir gesehen haben, zu guten Ergebnissen, wenn wir uns darauf beschränken, die Struktur geometrisch zu rekonstruieren. Wegen der oben genannten Modellannahmen können wir jedoch nicht erwarten, daß die Amplituden der migrierten CMP-Sektion zur Bestimmung des Reflexionskoeffizienten geeignet sind.

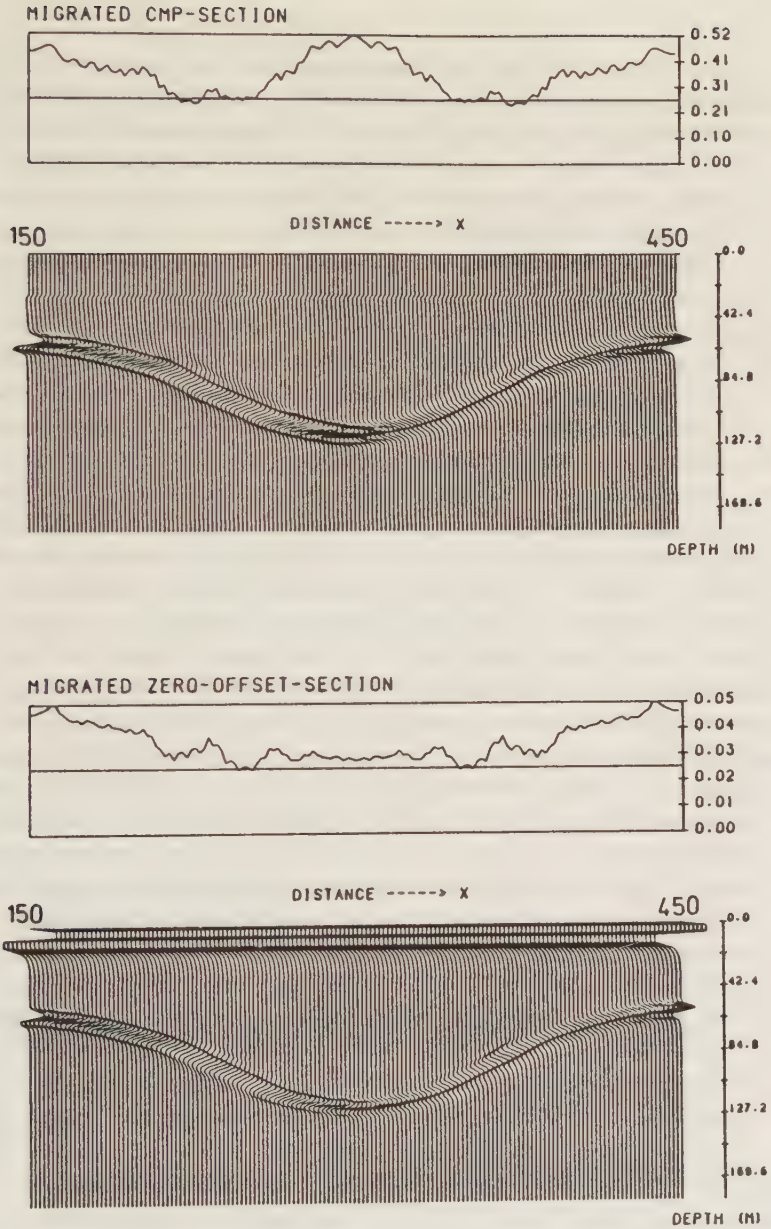


Abb. 5.2: Vergleich der Amplituden der migrierten CMP- und Zero-Offset-Sektion. Für jede Spur im Tiefenschnitt wurde die Maximalamplitude im Schaubild darüber an der gleichen Position x dargestellt.

Wir wollen in der Abb. 5.2 demonstrieren, daß die Amplitudeninformation der migrierten CMP-Sektion am Beispiel des Synklinalmodells zu falschen Aussagen über die Reflexionsstärke der Struktur führt. Oben ist nochmals die migrierte CMP-Sektion der Abb. 4.4 dargestellt. Aus dieser Sektion wurde für jede Spur die Maximalamplitude, d.h. das Mittel der Spitzenwerte des zweisinnigen Impulses, abgelesen und in der Abbildung darüber an der gleichen x-Koordinate aufgetragen. Der Amplitudenwert jeder Einzelspur ist dabei das Resultat der Stapelung von 18 Einzelschuß-Experimenten und der Wellenfeldfortsetzung. Wir interessieren uns hier für die relative Änderung der Amplituden entlang der x-Koordinate. Die größten Amplituden sehen wir in dem am tiefsten gelegenen Zentralbereich der Synklinale. Zu den Synklinalflanken hin nehmen sie ab und steigen dann wieder an den Rändern der Modellstruktur, die nahe an der Oberfläche liegen, an. Bei der Berechnung jeder Einzelschuß-Sektion, die die Grundlage für die CMP-Sektion bildet, wurde die Reflexionsantwort auch am Ort des Schußpunktes ermittelt, damit wir die Möglichkeit haben, die CMP-Sektion mit der exakten Zero-Offset-Sektion zu vergleichen. Die migrierte Zero-Offset-Sektion ist mit ihren Amplitudenwerten in der Abb. 5.2 unten dargestellt. Die Amplituden sind geringer als in der CMP-Sektion oben, da wir hier jeweils nur die Reflexionsantwort eines einzelnen Schusses für jede Spur migriert sehen. In beiden Darstellungen der Amplitudenwerte sehen wir kleinräumige Oszillationen, die ihre Ursache in der Schrittweite der Wellenfeldfortsetzung haben, wodurch das reflektierte Signal in der migrierten Sektion durch weniger Stützstellen belegt ist als in der entsprechenden Zeitsektion. Dieser kleinräumigen Störung überlagert sich eine etwas größere, die ihre Ursache in der Approximation der Synklinalstruktur durch das Finite-Differenzen-Gitter hat. Die relative Amplitudenverteilung der migrierten Zero-Offset-Sektion stimmt nicht mit dem CMP-Ergebnis überein. Wir leiten daraus ab, daß die CMP-Stapelprozedur bei dem Synklinalmodell zu falschen Amplituden führt. Wenn wir die Reflexionsstärke des Reflektors abschätzen wollen, müssen wir, wie oben erwähnt, die Amplituden im migrierten Wellenfeld mit dem einfallenden Wellenfeld

in Beziehung setzen. Wir korrigieren dadurch die Amplitudenabnahme durch die räumliche Ausbreitung der einfallenden Welle. Für die migrierte CMP-Sektion und die Zero-Offset-Sektion bedeutet dies, daß die Amplituden aus dem tief gelegenen Synklinalbereich stärker angehoben werden, als die der höher gelegenen Seitenbereiche. Wir vergrößern dadurch sogar noch das Amplitudenmaximum in der CMP-Sektion, während in der migrierten Zero-Offset-Sektion die Amplituden bei diesem Beispiel ungefähr auf das Niveau der Seitenbereich angehoben werden, mit dem erwarteten Resultat, daß der Reflexionskoeffizient für alle x ungefähr konstant ist. Bei der Interpretation der CMP-Sektion ordnen wir aber dem tiefen Synklinalbereich eine höhere Reflexionsstärke zu als dies tatsächlich der Fall ist. Die Ursache für den Amplitudenfehler in der CMP-Sektion ist darin zu suchen, daß wir das an der Oberfläche fokussierte reflektierte Wellenfeld stapeln. Der Fehler ist unvermeidbar und kann im Standardverfahren der CMP-Migration nicht korrigiert werden.

In den folgenden Abschnitten werden wir zunächst die Bestimmung des Reflexionskoeffizienten an einfachen horizontalen und geneigten Reflektoren mit lateral variablen Reflexionskoeffizienten für die Ebene-Wellen- und Einzelschuß-Migration durchführen. Zum Vergleich wird ebenfalls die CMP-Migration an diesen Modellen gezeigt und eine Amplitudenauswertung vorgenommen. Zum Abschluß wird dann die Bestimmung des Reflexionskoeffizienten aus dem Ebene-Wellen- und Einzelschuß-Experiment für das Synklinalmodell durchgeführt.

5.1 Reflexionskoeffizient eines horizontalen Reflektors mit lateral variablen Materialeigenschaften

Wir verwenden für die folgenden Berechnungen das in der Abb. 5.3 dargestellte Reflektormodell.

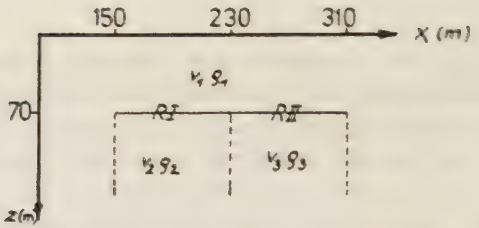


Abb. 5.3: Reflektormodell mit lateral variablen Reflexionskoeffizienten

Material 1 v_1 = 1500 m/s, ϱ_1 = 2 g/cm^3
Material 2 v_2 = 1000 m/s, ϱ_2 = 1 g/cm^3
Material 3 v_3 = 1250 m/s, ϱ_3 = 1.6 g/cm^3

R_I Reflektor I
R_{II} Reflektor II

Die Reflektorelemente R_I und R_{II} liegen horizontal, und die Materialparameter Dichte ϱ und Geschwindigkeit v wurden so gewählt, daß sich der Reflexionskoeffizient R für den senkrechten Einfall von ebenen SH-Wellen beim Übergang von R_I mit R = 0.5 zu R_{II} auf R = 0.2 ändert. Wir erwarten in diesem Fall einen deutlichen Amplitudenunterschied in der migrierten Tiefensektion. Der Reflexionskoeffizient für ebene SH-Wellen berechnet sich als Funktion des Einfallswinkels φ, wobei φ gegen die Normale auf R_I und R_{II} gemessen wird, nach der Formel

$$R = \frac{\varrho_1 v_1 \cos\varphi - \varrho_2 \frac{v_2}{v_1}\left(v_1^2 - v_2^2 \sin^2\varphi\right)^{1/2}}{\varrho_1 v_1 \cos\varphi + \varrho_2 \frac{v_2}{v_1}\left(v_1^2 - v_2^2 \sin^2\varphi\right)^{1/2}} \qquad (5.1)$$

Der Betrag des Reflexionskoeffizienten ist für das Modell der Abb. 5.3 als Funktion des Einfallswinkels in der Abb. 5.4 dargestellt.

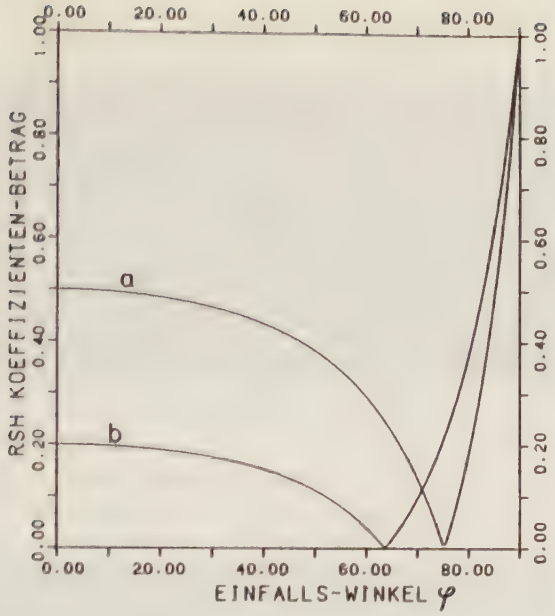
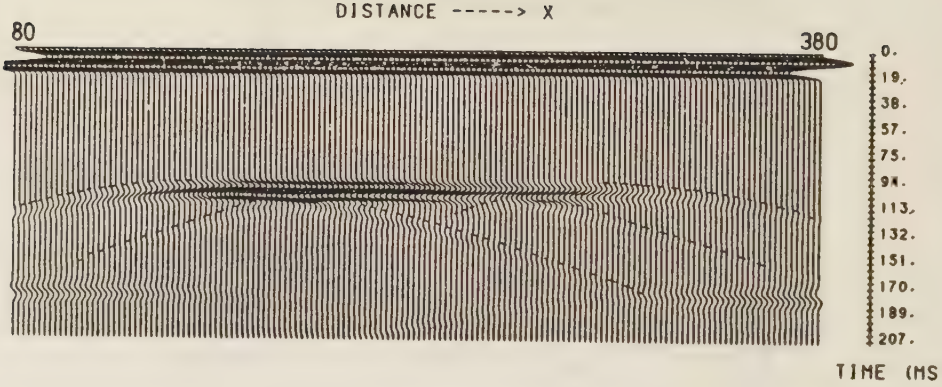
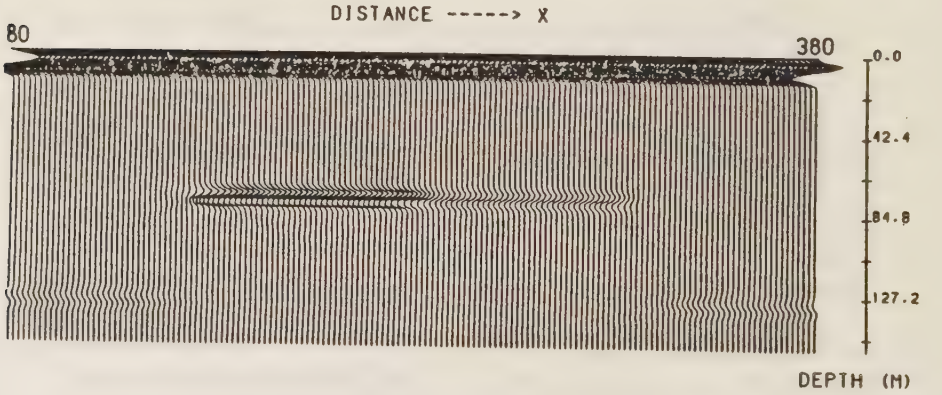


Abb. 5.4: Reflexionskoeffizient des Modells der Abb. 5.3
a für v_1 = 1500 m/s, v_2 = 1000 m/s und
ϱ_1 = 2 g/cm^3, ϱ_2 = 1 g/cm^3
b für v_1 = 1500 m/s, v_3 = 1250 m/s und
ϱ_1 = 2 g/cm^3, ϱ_3 = 1.6 g/cm^3

Die geometrischen Modellparameter, d.h. die Tiefenlage des Reflektors und die Auslagenlänge, entlang der die Reflexionsantwort an der Oberfläche der Struktur berechnet wurde, wurden so gewählt, daß bei der Anregung durch den Einzelschuß der maximal auftretende Einfallswinkel φ = 50° beträgt. Der Reflexionskoeffizient ändert sich bei a von 0.5 bis 0.38 um ca. 25 % und bei b von 0.2 auf 0.112 um ca. 45 %.





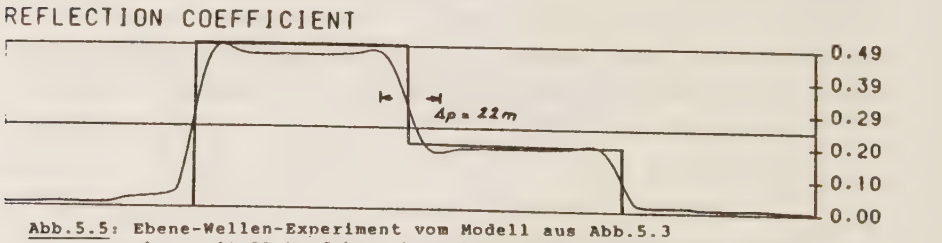
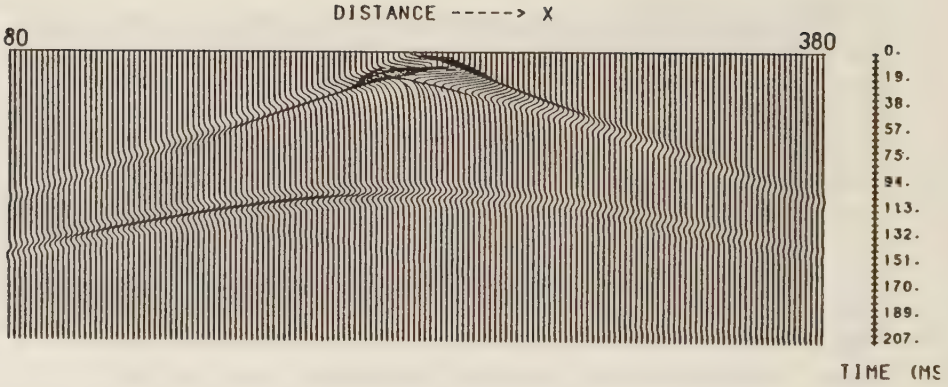
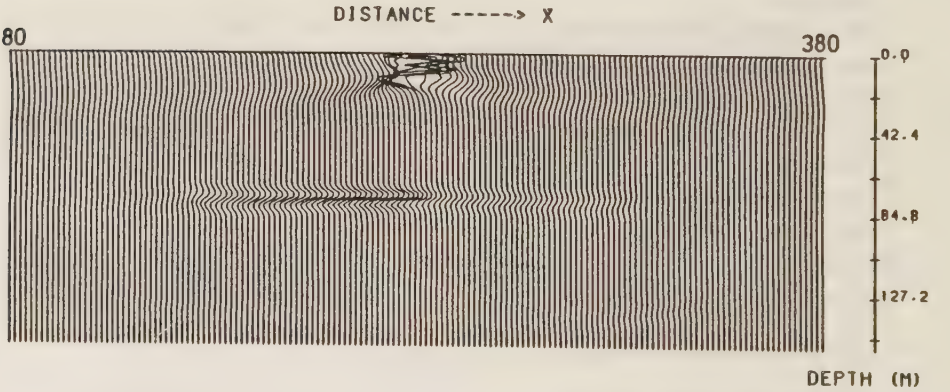


Abb.5.5: Ebene-Wellen-Experiment vom Modell aus Abb.5.3
oben: mit FD-Verfahren berechnete Ebene-Wellenantwort für vertikalen Einfall; gestrichelte Linien bezeichnen die Diffraktionen
Mitte: migrierte Tiefensektion
unten: berechnete Verteilung des Reflexionskoeffizienten (dünne Linie) im Vergleich zum exakten Reflexionskoeff (dicke Linie)

Ebene-Wellen-Experiment

Bei diesem Experiment nehmen wir an, daß eine ebene Welle bekannter Amplitude senkrecht auf die Struktur einfällt. Zur Berechnung der Reflexionsantwort an der Oberfläche verwenden wir das im Kap. 3.2 beschriebene Finite-Differenzen-Verfahren. Wir erhalten die Ebene-Wellenantwort der Abb. 5.5 oben. Bei ca. 90 ms erkennen wir die Primärreflexion mit den Diffraktionen der linken und rechten Modellkante und die Diffraktion vom Übergang R_I zu R_{II}. Sie sind durch die gestrichelten Linien angedeutet. In der Mitte der Abb. 5.5 ist die rekonstruierte Tiefenstruktur dargestellt, die mit Hilfe der Ebene -Wellen-Migration berechnet wurde. Wir sehen, daß die Amplitude entlang jedes Reflexionselements konstant bleibt und sich beim Übergang von Reflektor R_I zum danebenliegenden Reflektor R_{II} ändert. Dividieren wir die Maximalamplitude jeder einzelnen Spur in der migrierten Sektion durch die Maximalamplitude der einfallenden ebenen Welle, erhalten wir als Reflexionskoeffizient für die gesamte Struktur die Verteilung in der Abb. 5.5 unten. Dargestellt ist der rekonstruierte Reflexionskoeffizient, erkennbar durch die dünne Linie, und der wahre Reflexionskoeffizient (dicke Linie). Der Sprung in der Amplitude zwischen beiden Reflektoren ist sehr gut rekonstruiert worden. Der Wert des rekonstruierten Koeffizienten liegt jedoch geringfügig unter dem exakten. Der Grund für die Abweichung ist die Wahl des Tiefeninkrements der Wellenfeldfortsetzung, wodurch das Signal in der migrierten Sektion gröber belegt ist als das Reflexionssignal in der Zeitsektion. Weiterhin erkennen wir Abweichungen vom exakten Reflexionskoeffizienten an den Diffraktionskanten. Bei der Migration berechnen wir nicht nur das reflektierte Wellenfeld auf dem Reflektor, sondern noch zusätzlich das diffraktierte Wellenfeld an den Diffraktionskanten. Beide Wellenfelder überlagern sich und dies führt dazu, daß die Amplitude des Gesamtwellenfeldes von der Reflektormitte zur Kante hin zunächst ansteigt und dann stark abfällt. An den Diffraktionskanten links und rechts sind die Amplituden auf die Hälfte abgefallen, während an der Nahtstelle von R_I und R_{II} der rekonstruierte Reflexionskoeffizient annähernd den Wert $R \approx \frac{R_1 + R_2}{2}$ annimmt, wobei R_1 den rekonstruierten





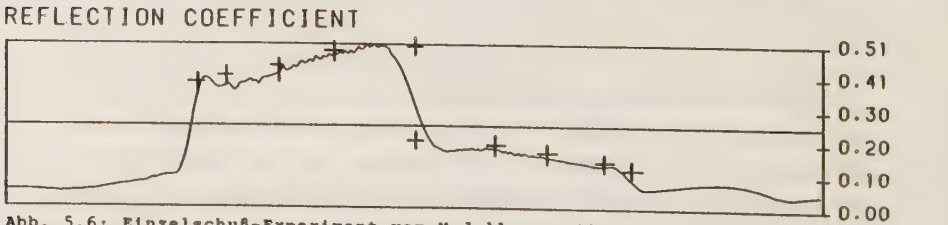


Abb. 5.6: Einzelschuß-Experiment vom Modell aus Abb. 5.3
oben: mit FD-Verfahren berechnete Einzelschuß-Sektion
Schußpunkt senkrecht über Nahtstelle von Reflektor I
und Reflektor II
Mitte: migrierte Tiefensektion
unten: rekonstruierter Reflexionskoeffizient (dünne Linie) im Vergleich zum exakten Wert (+ Symbol)

Reflexionskoeffizient von R_I und R_2 den von R_{II} bedeutet. Die diffraktierte Welle ist beim Übergang über die Diffraktionskante unstetig, d.h. sie ändert sprunghaft ihre Polarität. Dies führt in unserem Beispiel dazu, daß am mittleren Diffraktionspunkt links davon eine Amplitudenerhöhung und rechts davon eine Amplitudenverringerung des Gesamtwellenfeldes auftritt. Der laterale Bereich, in dem durch die Diffraktion eine Modifikation der Amplituden auftritt, beträgt Δp = 22 m, d.h. ca. 1 Wellenlänge.

Einzelschuß-Experiment

Die Linienquelle befindet sich bei diesem Experiment an der Oberfläche vertikal über der Nahtstelle von Reflektor R_I und R_{II}. Die Auslage, entlang der die Reflexionsantwort berechnet wird, erstreckt sich symmetrisch zum Schußpunkt nach links und nach rechts bis zu einer Entfernung, die doppelt so groß ist wie die Reflektortiefe. In der Abb. 5.6 oben ist die mit der Finiten-Differenzen-Methode berechnete Reflexionsantwort im Zeitintervall von 90-140 ms zu sehen. Die Amplitude der Reflexionen ist links vom Schußpunkt deutlich größer als rechts. Noch deutlicher sehen wir die Amplitudenunterschiede im Einzelschuß-Migrationsergebnis, das in der Mitte der Abb. 5.6 dargestellt ist. Die Reflexionen links, die von dem Reflektor mit dem größeren Reflexionskoeffizienten stammen, sind deutlich stärker als diejenigen vom schwach reflektierenden. Wir sehen weiterhin in der Rekonstruktion, daß die Amplituden entlang der Reflexionselemente lateral variieren. Berechnen wir die Amplitude der einfallenden Welle auf dem Reflektor, erhalten wir, nachdem wir den Quotienten der Maximalamplitude jeder einzelnen Spur der migrierten Sektion mit der entsprechenden Amplitude der einfallenden Welle gebildet haben, den Reflexionskoeffizienten entlang der Struktur (Abb. 5.6 unten). An bestimmten Stellen auf dem Reflektor wurde zusätzlich der exakte Reflexionskoeffizient nach der Formel (5.1) berechnet und in die Darstellung eingetragen. Die Übereinstimmung von rekonstruiertem und exaktem Reflexionskoeffizienten ist gut. Der Sprung des Reflexionskoeffizienten von R = 0.5 auf R = 0.2 ist gut erkennbar, wobei der Übergang wieder durch die Diffraktion an der Nahtstelle von R_I und R_{II} über ca.

λ Wellenlänge verschmiert ist. Wir sehen ebenfalls deutlich die durch die Diffraktion bedingten Amplitudenerhöhungen an den äußeren Kanten des Reflektors. Die Nahtstelle befindet sich exakt an der Stelle, wo der Reflexionskoeffizient den Wert $R = 0.35$ annimmt. Anders als beim Ebene -Wellen-Experiment, bei dem der Reflexionskoeffizient für jedes Reflexionselement konstant ist, ergibt sich bei der Rekonstruktion des Einzelschuß-Experiments ein winkelabhängiger Reflexionskoeffizient.

CMP-Experiment

Wir führen nun für das Modell der Abb. 5.3 das CMP-Experiment durch. Dazu berechnen wir uns zu einem Einzelschuß S die Reflexionsantwort entlang der Auslage $G_1 \ldots G_n$ (vgl. Abb. 5.7) und wiederholen dieses Einzelschuß-Experiment an verschiedenen Schußpunkten.

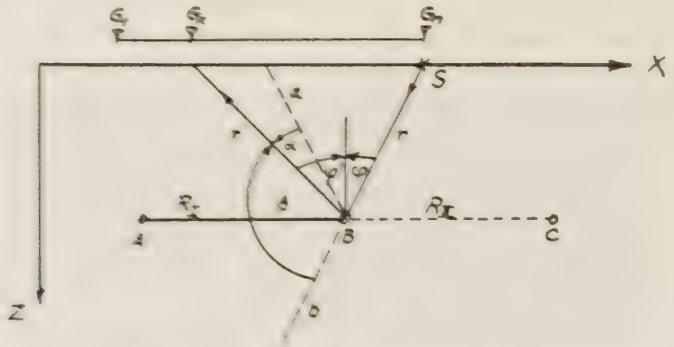


Abb. 5.7: Geometrie des Einzelschuß-Experiments der Gleichung (5.2); Erläuterung siehe Text

Aus den Einzelschuß-Sektionen konstruieren wir uns dann, wie in Kap. 4.2 beschrieben, die CMP-Sektion und berechnen anschließend die migrierte CMP-Tiefensektion. Wir interessieren uns insbesondere für die relative Amplitudenverteilung im Migrationsergebnis. Dabei wollen wir der Frage nachgehen, ob der Übergang von Reflektor R_I zu Reflektor R_{II} in den Amplituden sichtbar ist. Da das Modell der Abb. 5.3 sehr einfach ist, werden wir im folgenden auf das rechenzeitaufwendige Finite-Differenzen-Verfahren zur Berechnung der Einzelschuß-Sektionen verzichten und stattdessen ein schnelles, analytisches

Rechenverfahren von Fertig und Müller (1979) benutzen, das hinsichtlich der Genauigkeit gleichwertig ist. Das Prinzip des Verfahrens soll hier kurz dargestellt werden. Befindet sich beispielsweise eine Linienquelle S an der Erdoberfläche (vgl. Abb. 5.7), und wir wollen die Reflexionsantwort an der Geophonposition G_x berechnen, so betrachten wir von der Modellstruktur die zwei Reflexionssegmente R_I und R_{II}. Segment R_I besitzt die Diffraktionskanten A und B und R_{II} die Kanten B und C. Jedes Reflexionssegment wird für sich alleine betrachtet, d.h. an der POsition G_x erwarten wir zum einen die diffraktierte Welle von A und B und zum andern die Reflexion von R_I, wenn sich bei der gewählten Anordnung von S und G_x der Reflexionspunkt auf R_I befindet. Anschließend betrachten wir das Element R_{II} mit seinen Diffraktionen von B und C und der möglichen Reflexion von R_{II}. Würden sich in unserem Modell die Materialeigenschaften zwischen R_I und R_{II} nicht unterscheiden, erwarten wir, daß sich die Diffraktion an B von R_I gegen diejenige an B von R_{II} aufhebt. Die Berechnung der Diffraktion erfolgt nach der Formel

$$P_d(t) = \frac{\overline{R(t)}}{(r'+r)^{1/2}} * O_1(t) + \frac{\overline{B(t)} - D(t)}{(r'+r)^{1/2}} * O_2(t) \qquad (5.2)$$

wobei

$$O_1(t) = \frac{1}{\pi} H(t-t_d) \arctan \frac{\left(\frac{v}{2r}(t-t_d)\right)^{1/2}}{\left(\frac{r'}{r'+r}\right)^{1/2} \sin\frac{\alpha}{2}}$$

$$O_2(t) = \frac{1}{\pi} H(t-t_d) \arctan \frac{\left(\frac{v}{2r}(t-t_d)\right)^{1/2}}{\left(\frac{r'}{r'+r}\right)^{1/2} \sin\frac{\beta}{2}}$$

ist.

$P_d(t)$ bezeichnet die diffraktierte Welle bei Anregung durch eine SH-Linienquelle und $\bar{R}(t)$ die gemittelte reflektierte Welle für ebene SH-Wellenanregung. Dabei wird die Mittelung von $\bar{R}(t) = \frac{1}{2}(R_\varphi(t) + R_{\varphi'}(t))$ zur Erfüllung des Reziprozitätsprinzips über die Einfallsrichtungen φ und φ' durchgeführt (vgl. Abb. 5.7). $\bar{B}(t)$ ist die entsprechende transmittierte und D(t) die direkte Welle. $t_d = \frac{r+r'}{v}$ ist die Laufzeit, zu der die

diffraktierte Welle an G_x eintrifft. Der Winkel α im Diffraktionsoperator $O_1(t)$ wird von der Schattengrenze für Reflexion (a) zu r' gemessen und β in $O_2(t)$ von der Schattengrenze für Transmission (b) zu r'. Gleichung (5.2), die ebenso für ein geneigtes Reflexionselement gültig ist, ergibt sich aus der Verallgemeinerung einer strengen Beugungstheorie für SH-Wellen für einen starren Schirm (R = -1) oder einen Riß (R = +1), für die $\bar{B}(t) = 0$ ist, zu einem transparenten Schirm. In diesem Fall wird sowohl die Vorwärts- als auch die Rückwärtsbeugung berechnet. Der erste Term in Gleichung (5.2) beschreibt die Rückwärtsbeugung, d.h. den Anteil der diffraktierten Welle, der durch die Reflexion beeinflußt wird. Der zweite Term beschreibt die Vorwärtsbeugung, d.h. den Anteil von P_α, der durch die transmittierte Welle an der Unterseite des Schirms beeinflußt wird. Für den Fall kleiner α, d.h. Beobachtung der Diffraktion an der Schattengrenze für Reflexion, dominiert der Term der Rückwärtsbeugung. Ebenso überwiegt die Vorwärtsbeugung im Fall kleiner β. Gleichung (5.2) läßt sich für Entfernungen, die doppelt so groß wie die Reflektortiefe sind, d.h. für Wellenenergie die unter ca. 65° die Oberfläche erreicht, problemlos anwenden. Die Genauigkeit ist vergleichbar mit dem Finite -Differenzen-Verfahren, wobei die Amplitude der diffraktierten Welle P_α höchstens 3 % größer ist als die mit dem FD-Verfahren ermittelte. Der große Anwendungsbereich dieser approximierten Diffraktionsformel hat seine Ursache in der Mittelung des Reflexionskoeffizienten für die Einfallswinkel φ und φ'. Wenn bei der gewählten Empfänger-Quelle-Konfiguration der Reflexionspunkt auf dem Reflektor liegt, wird zusätzlich zur diffraktierten Welle noch die Reflexion P_R berechnet. Wir verwenden dazu die Formel

$$P_R(t) = \frac{R}{\sqrt{2r}}\, D\left(t - \frac{2r}{v}\right)$$

wobei r die Entfernung vom Quellpunkt zum Reflexionspunkt und R der Reflexionskoeffizient für ebene SH-Wellen ist. In unserem Modellbeispiel ist R reell und winkelabhängig (vgl. Abb. 5.4).

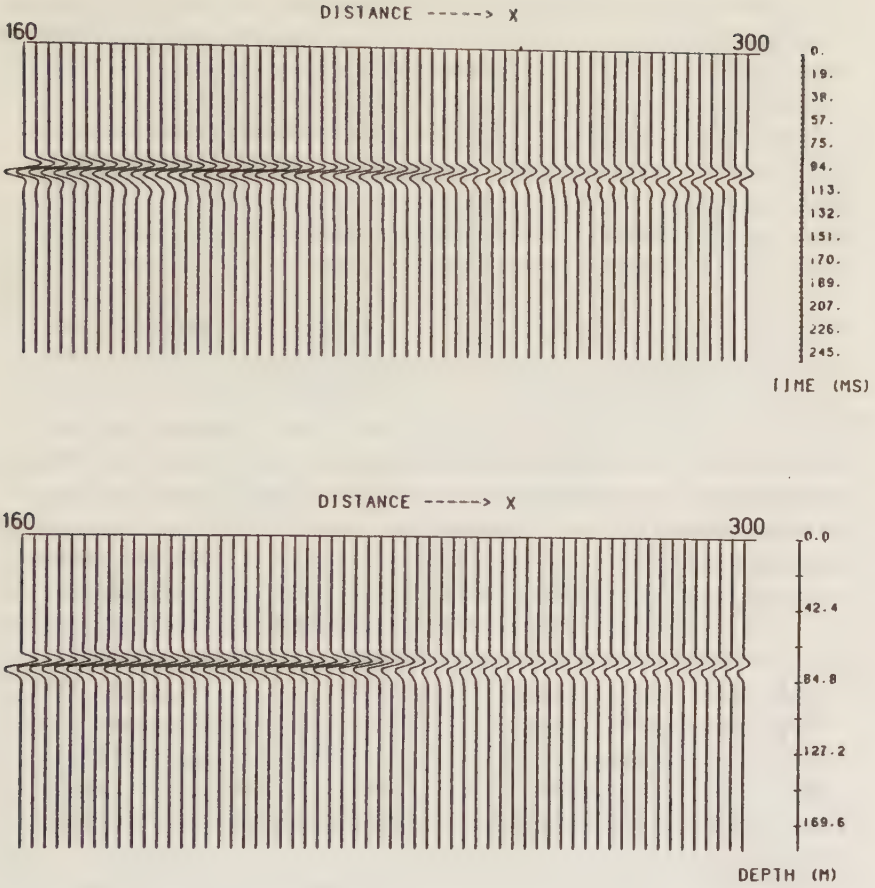


Abb. 5.8: CMP-Experiment vom Modell aus Abb. 5.3

oben: CMP-Zeitsektion, 18fache Überdeckung
Mitte: migrierte CMP-Sektion
unten: Amplitudenverteilung in der migrierten Sektion

In der Abb. 5.8 oben ist die CMP-Zeitsektion für die Reflexionsstruktur der Abb. 5.3 dargestellt. Wir erkennen deutlich links die großen Amplituden des starken Reflektors R_I und rechts die des schwachen Reflektors R_{II}. Hier wurde eine 18fache Überdeckung realisiert, d.h. jede einzelne CMP-Spur wurde durch Überlagerung von 18 Einzelschuß-Experimenten ermittelt, wobei keine Amplitudenkorrekturen wegen der unterschiedlich großen Laufwege vom Einzelschuß zum entsprechenden Geophon berücksichtigt wurden. Die migrierte CMP-Tiefensektion ist in der Abb. 5.8 Mitte dargestellt. Ermitteln wir für jede migrierte Spur die Maximalamplitude und tragen sie entsprechend der x-Koordinate auf, erhalten wir die Amplitudenverteilung in der Abb. 5.8 unten. Wir sehen, daß das Verhältnis der Amplituden von 5/2 mit dem CMP-Experiment sehr gut erfaßt ist. Ein Vergleich mit dem Ergebnis der Ebenen-Wellen-Migration (Abb.5.5) zeigt außerdem,daß der Übergangsbereich vom Reflektor I zu Reflektor II sehr gut ermittelt wurde. Er liegt wiederum mit $\Delta_{CMP} \approx 22m$ in der Größenordnung von 1 Wellenlänge . Diese sehr gute Übereinstimmung war zu erwarten, da wir hier einen horizontalen Reflektor betrachten. In diesem Fall stammen nämlich die Reflexionsantworten, die zur Stapelung einer CMP-Spur verwendet wurden,von genau einem Reflexionspunkt des Reflektors. Die Folge ist, daß wir dann die Reflexionen von den beiden unterschiedlichen Reflexionselementen R_I und R_{II} getrennt stapeln. Die Übergangszone Δ_{CMP} entsteht wie im Ebene -Wellen- und Einzelschuß-Experiment durch die diffraktierte Welle, die in der CMP-Sektion enthalten ist.

Zur Bestimmung des Reflexionskoeffizienten können wir die Amplituden der migrierten CMP-Sektion nicht verwenden, da bei der Stapelung zum einen keine Laufwegkorrekturen für die Einzelschuß-Seismogramme berücksichtigt wurden, und zum andern die Reflexionsamplituden für unterschiedliche Einfallswinkel addiert wurden. Hätten wir diese Einflüsse korrigiert, wäre die CMP-Zeitsektion äquivalent zur Zero-Offset-Zeitsektion. Eine einfache Überlegung zeigt jedoch, daß wir aus der migrierten Zero-Offset-Sektion immer noch nicht den exakten Reflexionskoeffizienten jedes Reflexionselements mit dem für die Einzelschuß- und Ebene-Wellen-Migration beschriebenen Konzept berechnen können. Die Amplitude U der reflektierten Welle im Zero-Offset-

Experiment an der Oberfläche für einen horizontalen Reflektor in der Tiefe d ist

$$U = \frac{R}{\sqrt{\frac{2d}{d_o}}} \; D(d_o)$$

Die Amplitude der einfallenden Welle D hat dabei in der Tiefe d_o den Wert 1. R bezeichnet den Reflexionskoeffizienten für vertikalen Einfall. Die Amplitude der einfallenden Welle in der Tiefe d ist dann

$$D(d) = \frac{1}{\sqrt{\frac{d}{d_o}}} \; D(d_o)$$

Setzen wir mit dem CMP-Migrationsverfahren die Zero-Offset-Sektion in die Tiefe fort, ändert sich, abgesehen von den Diffraktionen, die Amplitude in der Zero-Offset-Sektion nicht, und wir erhalten für $U(d)$ den gleichen Wert. Bilden wir den Quotienten $\tilde{R} = U(d)/D(d)$, so ergibt sich für den rekonstruierten Reflexionskoeffizienten $\tilde{R} = R/\sqrt{2}$. Wir erhalten dennoch in unserem Experiment, wie wir gesehen haben, das richtige Verhältnis der exakten Reflexionskoeffizienten von R_I und R_{II}, weil alle Einflüsse - Laufwegunterschiede, winkelabhängige Reflexionskoeffizienten und der Faktor $\sqrt{2}$ - bei der Verhältnisbildung der zu R_I und R_{II} rekonstruierten Reflexionskoeffizienten herausfallen. Schwieriger fällt die Beurteilung der Amplituden im CMP-Experiment, wenn wir einen geneigten Reflektor betrachten. In diesem Fall stapeln wir für jeden CMP je nach Neigung des Reflektors Reflexionssignale, die von unterschiedlichen Reflexionspunkten im Untergrund stammen (vgl. Abb. 5.9).

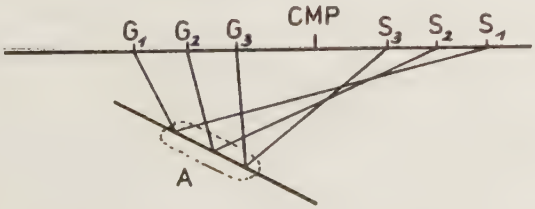


Abb. 5.9: CMP-Stapelung für einen geneigten Reflektor
A = Reflexionsbereich für CMP-Seismogramm

Wir wollen im nächsten Abschnitt der Frage nachgehen, wie das CMP-Migrationsergebnis im Vergleich zur Ebene -Wellen- und Einzelschuß-Migration aussieht, wenn sich die Materialeigenschaften über dem Reflexionsbereich A verändern. Insbesondere interessiert uns, ob der Übergang von einem starken Reflektor zu einem schwachen in den Amplituden der migrierten Sektion sichtbar ist, und ob das Verhältnis der Amplituden in der migrierten CMP-Sektion das Verhältnis der Reflexionskoeffizienten wiedergibt.

5.2 Reflexionskoeffizient eines geneigten Reflektors mit lateral variablen Materialeigenschaften

In der Abb. 5.10 ist die Modellstruktur dargestellt.

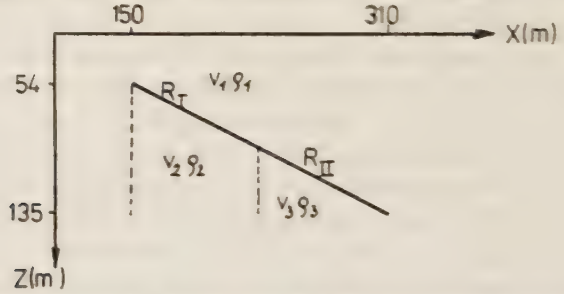


Abb. 5.10: Geneigter Reflektor mit lateral variablem Reflexionskoeffizient

Material 1	v_1 = 1500 m/s	ρ_1 = 2 g/cm^3
Material 2	v_2 = 1000 m/s	ρ_2 = 1 g/cm^3
Material 3	v_3 = 1250 m/s	ρ_3 = 1.6 g/cm^3
Neigungswinkel	γ = 26°	

Die Reflektorelemente haben eine Neigung gegen die Horizontale x von γ = 26°. Die Materialparameter wurden wie beim Modell der Abb. 5.3 so gewählt, daß der Reflexionskoeffizient für vertikalen Einfall sich lateral von R = 0.5 auf R = 0.2 ändert. An diesem Modell werden wir im folgenden das Ebene-Wellen-, Einzelschuß- und CMP-Experiment durchführen. Die Einfallsrichtung der ebenen Welle wird mit -26° so gewählt, daß sie senkrecht auf den Reflektor eintrifft. Wir erwarten dann für die Amplitudenverteilung auf dem Reflektor das gleiche Verhalten wie in der Abb. 5.5. Beim Einzelschuß-Experiment befindet sich der Schußpunkt

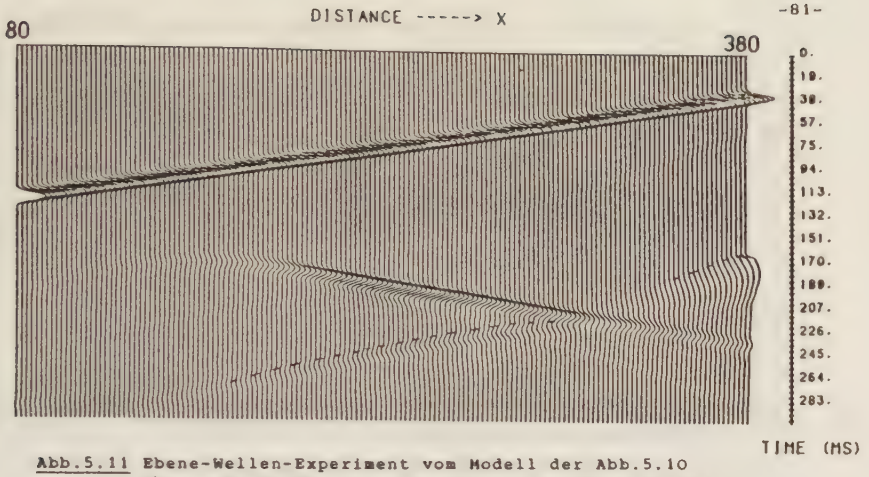
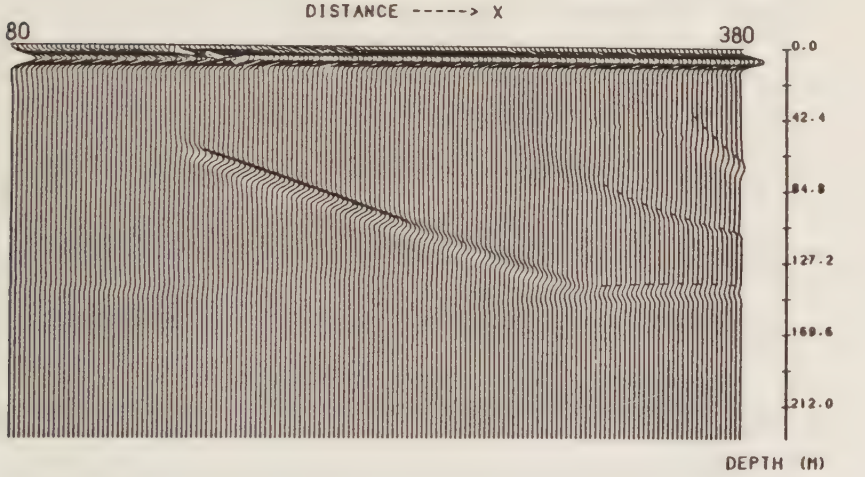
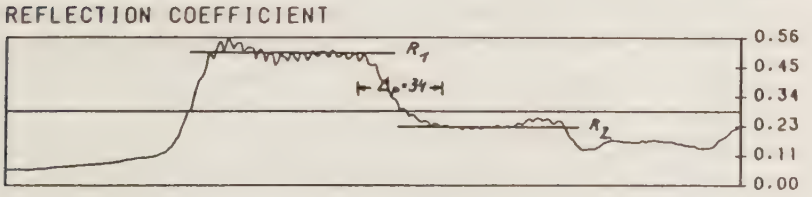


Abb.5.11 Ebene-Wellen-Experiment vom Modell der Abb.5.10
oben: mit FD-Verfahren berechnete Zeitsektion, Mitte: migrierte Sektion, unten: rekonstruierter Reflexionskoeffizient.





an der Oberfläche an der Stelle, wo das Lot an der Nahtstelle zwischen Reflektor I und Reflektor II die x-Achse schneidet. Wir haben dann für die Bestimmung des Reflexionskoeffizienten eine vergleichbare Situation wie in der Abb. 5.6. Das CMP-Experiment wird in der gleichen Weise durchgeführt, wie es im Abschnitt 5.1 beschrieben wurde.

Ebene-Wellen-Experiment

In der Abb. 5.11 oben ist die Ebene-Wellen-Zeitsektion dargestellt. Die Reflexionsantwort, die der direkten ebenen Welle bei ca. 170-235 ms folgt, wurde mit dem Finite-Differenzen-Verfahren berechnet. Als Ausgangsimpuls verwenden wir Gleichung 4.1 und wählen darin m = 1 (vgl. Abb. 4.10, Impulsform der slant-stack Sektion). Wir erkennen wiederum die großen Amplituden des starken Reflektors I auf der linken Seite und die schwachen Reflexionen von Reflektor II. Die Reflexion des gesamten Reflektors ist in der Zeitsektion lateral zu größeren x-Werten relativ zu seinerwahren Position hin verschoben. Die gestrichelten Einsätze in der Zeitsektion sind durch die gewählten Randbedingungen verursachte numerische Effekte, die uns hier jedoch nicht wesentlich stören. In der Abb. 5.11 Mitte ist das Ebene-Wellen-Migrationsergebnis dargestellt. Beide Reflektorelemente sind lagerichtig dargestellt, und wir erkennen deutlich die Amplitudenunterschiede der verschieden starken Reflexionen auf dem Reflektor. Die Störsignale sind durch die gestrichelten Linien gekennzeichnet. Der rekonstruierte Reflexionskoeffizient ist in der Abb. 5.11 unten dargestellt. Die kleinen Unregelmäßigkeiten der dünnen Linie haben ihre Ursache in der Wahl des Tiefeninkrements für die Migration, wodurch das Reflexionssignal in der Tiefensektion gröber abgetastet wird als in der Zeitsektion oben. Der exakte Reflexionskoeffizient ist durch die dicke Linie angedeutet, und er stimmt wiederum sehr gut mit dem rekonstruierten Ergebnis überein. Die Nahtstelle zwischen dem Reflektor I und II befindet sich dort, wo der rekonstruierte Reflexionskoeffizient den Wert $R = \frac{R_1 + R_2}{2}$ annimmt. Wie schon im Abschnitt 5.1 erwähnt, verschmiert sich der Übergang von Reflektor I nach Reflektor II aufgrund der Diffraktion, hier über einen Bereich von Δ_p = 34 m, d.h. ca. 2 Wellenlängen.

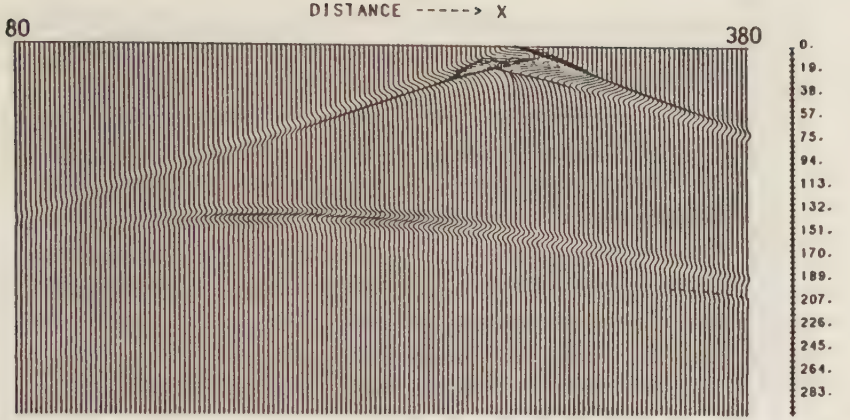
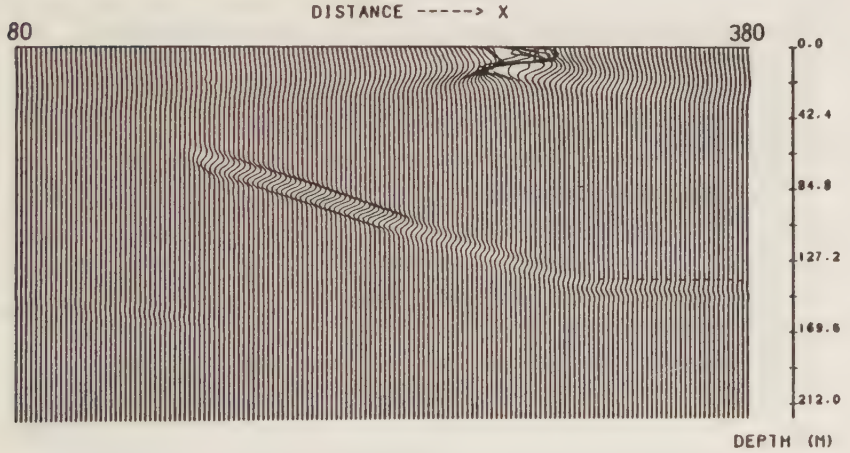
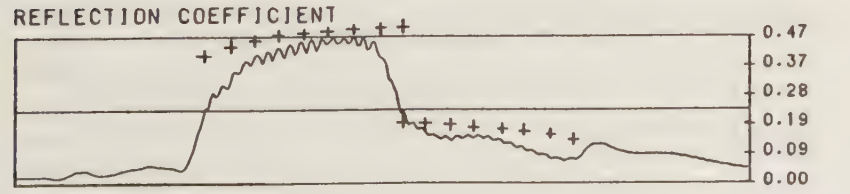


Abb. 5.12: Einzelschuß-Experiment vom Modell aus Abb. 5.10
oben: mit FD-Verfahren berechnete Zeitsektion, Mitte: migrierte Sektion ;gestrichelte Linien bezeichnen numerische Störphasen,unten:rekonstruierter Reflexionskoeff.(dünne Linie) exakter Reflexionskoeff.(+ Symbol)





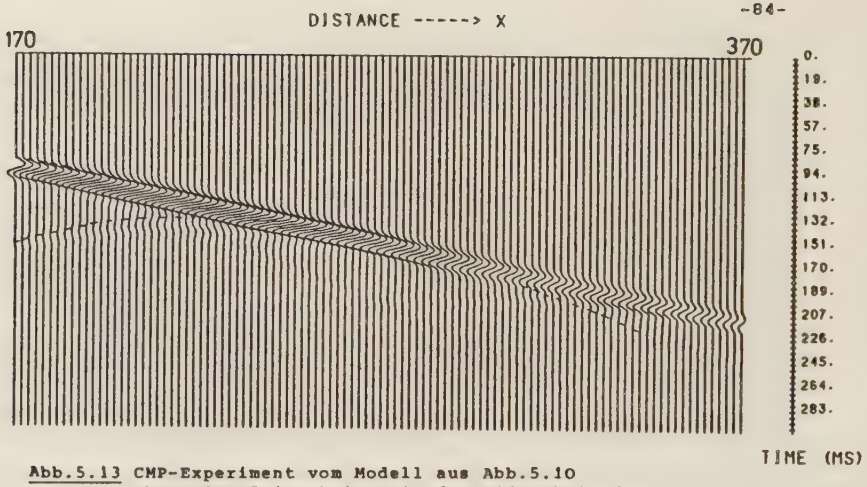
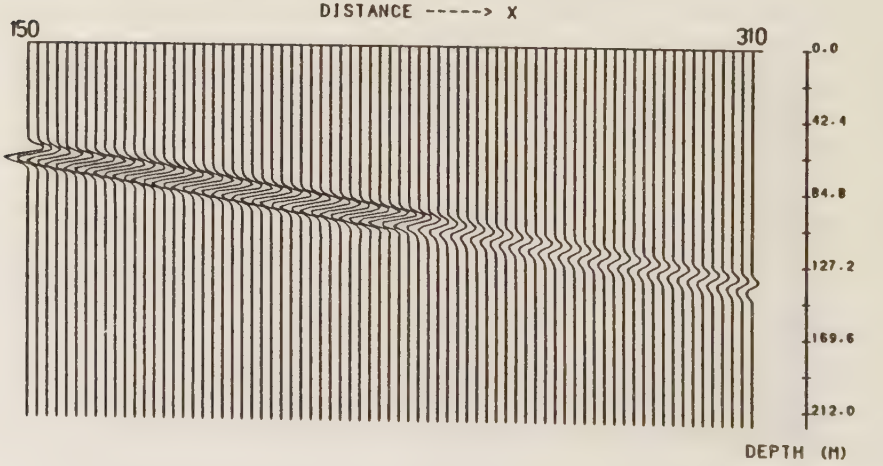
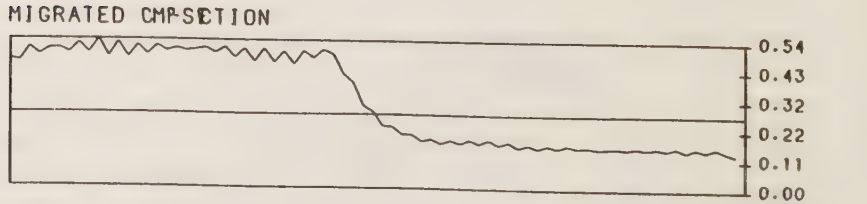


Abb.5.13 CMP-Experiment vom Modell aus Abb.5.10
oben: CMP-Zeitsektion mit der Diffraktion(gestrichelte Linie)
Mitte: migrierte CMP-Sektion
unten: Amplitudenverteilung der migrierten Sektion





Einzelschuß-Experiment

In der Abb. 5.12 oben ist die Einzelschuß-Zeitsektion dargestellt. Die Reflexionsantwort, die der direkt gelaufenen Welle im Zeitbereich 132-185 ms folgt, ist im gleichen Entfernungsausschnitt abgebildet wie bei der Ebene -Wellen-Sektion der Abb. 5.11. Wir erkennen hier ebenfalls die laterale Amplitudenvariation des Reflexionssignals durch die unterschiedlich stark reflektierenden Reflektorelemente. In der migrierten Tiefensektion der Abb. 5.12 Mitte sehen wir auch hier die Variationen der Amplituden, die durch die unterschiedlichen Reflektoren bedingt sind. Außerdem sehen wir, daß entlang jedes Reflektorelements die Amplituden wegen der Winkelabhängigkeit des Reflexionskoeffizienten nicht konstant bleiben. Der Einfallswinkelbereich der direkten Welle erstreckt sich von 0° - 45°. Dividiert man die Maximalamplitude jeder einzelnen migrierten Spur durch die Amplitude der direkten Welle am Reflexionspunkt, so erhält man den Reflexionskoeffizienten in Abb. 5.12 unten (durchgezogene Linie). Im Vergleich dazu wurde nach Gleichung(5.1)der exakte Reflexionskoeffizient an einzelnen Stellen auf dem Reflektor berechnet und mit + Symbolen in die Darstellung eingetragen. Der Sprung des Reflexionskoeffizienten von 0.5 auf 0.2 ist gut erfaßt. Wir sehen ebenfalls deutlich im rekonstruierten Reflexionskoeffizienten die Winkelabhängigkeit. Der Wert des rekonstruierten Reflexionskoeffizienten ist etwas zu niedrig gegenüber dem exakten; die laterale Änderung des Reflexionskoeffizienten wurde jedoch sehr gut rekonstruiert. Der Übergangsbereich von Reflektor I zu Reflektor II liegt mit 1-2 Wellenlängen in der gleichen Größenordnung wie beim Ebene -Wellen-Experiment.

CMP-Experiment

In der Abb. 5.13 oben ist die CMP-Zeitsektion dargestellt. Die Einzelschuß-Sektionen wurden mit der Gleichung (5.2) berechnet. Aus allen Einzelschuß-Sektionen wurde dann die 18fach gestapelte CMP-Sektion konstruiert. Im Vergleich zu den beiden vorausgegangenen Experimenten(Abb. 5.11 und 5.12) enthält die CMP-Sektion keine direkte Welle. Sie wurde bei der Berechnung nicht berücksichtigt. Die Diffraktionen sind durch die gestrichelten Linien angedeutet. In dieser Abbildung betrachten wir das CMP-Wellenfeld entlang der x-Achse von x = 170 m bis

x = 370 m, d.h. in dem Abschnitt der Oberfläche, wo die Lotstrahlen die x-Achse schneiden. Bei der Neigung des Reflektors von 26° werden zur Konstruktion des CMP-Seismogramms Reflexionen gestapelt, die von unterschiedlichen Reflexionspunkten kommen (vgl. Abb.5.9). Dabei ist der Bereich, über den sich die Reflexionspunkte verteilen ungefähr halb so groß wie die gesamte Länge des Reflektors R_I und R_{II}. Wir erkennen in der Zeitsektion wiederum die großen Amplituden des starken Reflektors R_I im linken Teil und die schwachen von R_{II} im rechten Teil der Sektion. Das Migrationsergebnis ist darunter abgebildet, diesmal jedoch entlang der x-Achse von x = 150 bis x = 310, da durch die Migration das Reflektorelement lagerichtig abgebildet wird. Wir sehen im Vergleich zur CMP-Zeitsektion das gleiche Verhalten der Amplituden. Die Auswertung der Amplituden ist in Abb. 5.13 unten dargestellt. Wie schon im Falle des horizontalen Reflektors ist auch hier das Verhältnis der Amplituden von 5/2 relativ gut wiedergegeben. Auch der Übergangsbereich ist in der gleichen Größenordnung von 1-2 Wellenlängen wie beim CMP-Experiment der Abb. 5.8. Wir können auch hier feststellen, obwohl die Reflexionen einer CMP-Gruppe vor der Stapelung nicht entsprechend ihres Laufweges korrigiert wurden, daß bei realistischen Reflektorneigungen von 26° das Verhältnis der Reflexionskoeffizienten von R_I und R_{II} gut wiedergegeben wird.

5.3 Reflexionskoeffizient der Synklinale

Als letztes Beispiel betrachten wir die Synklinale, für die wir die Bestimmung des Reflexionskoeffizienten durchführen wollen. Die beiden vorangegangenen Beispiele behandelten einen ebenen Reflektor und stellen wegen ihrer Geometrie nicht so große Anforderungen an die Methode der Rekonstruktion wie ein gekrümmter Reflektor. Wie wir im Einführungsbeispiel dieses Kapitels gesehen haben, führte die CMP-Migration zu falschen Amplituden, die zur Bestimmung des Reflexionskoeffizienten ungeeignet sind. Die Ebene-Wellen- und die Einzelschuß-Migration ermöglichen jedoch die Rekonstruktion des Reflexionskoeffizienten und wir werden dies an ein paar ausgewählten Beispielen für das Synklinalmodell demonstrieren. Die Materialeigenschaften der Struktur waren so gewählt worden, daß sie dem Verhalten der Kurve a in der Abb. 5.4 entsprechen. Für senkrechten Einfall nimmt der Reflexionskoeffizient den Wert R = 0.5 an.

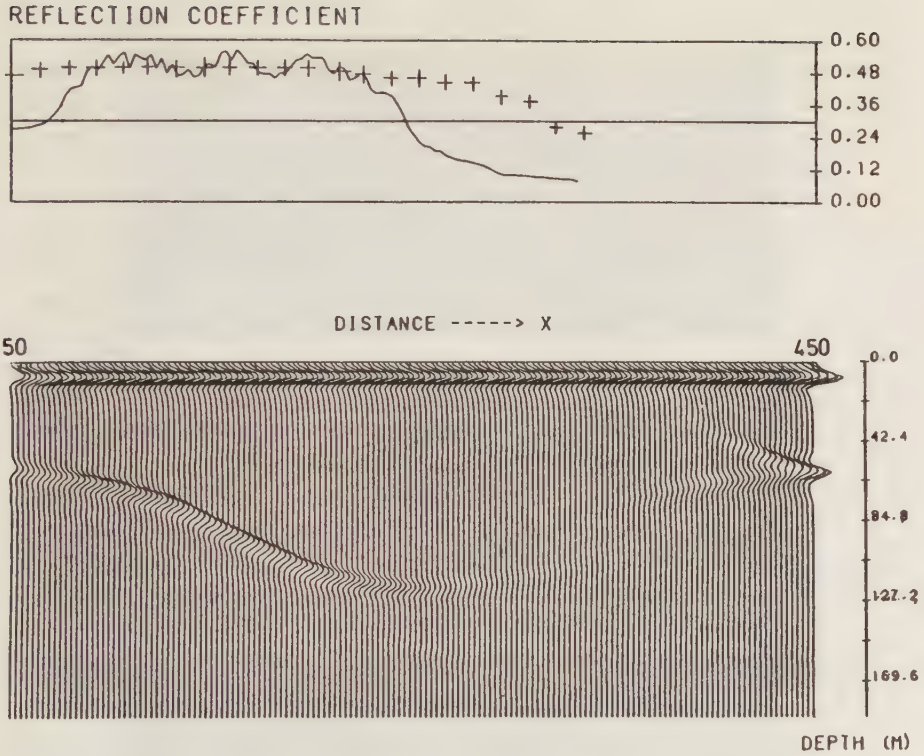


Abb. 5.14: Reflexionskoeffizient der Synklinale beim Ebene - Wellen-Experiment. Die Einfallsrichtung der ebenen Welle beträgt -30°. + Symbole kennzeichnen den wahren Reflexionskoeffizienten.

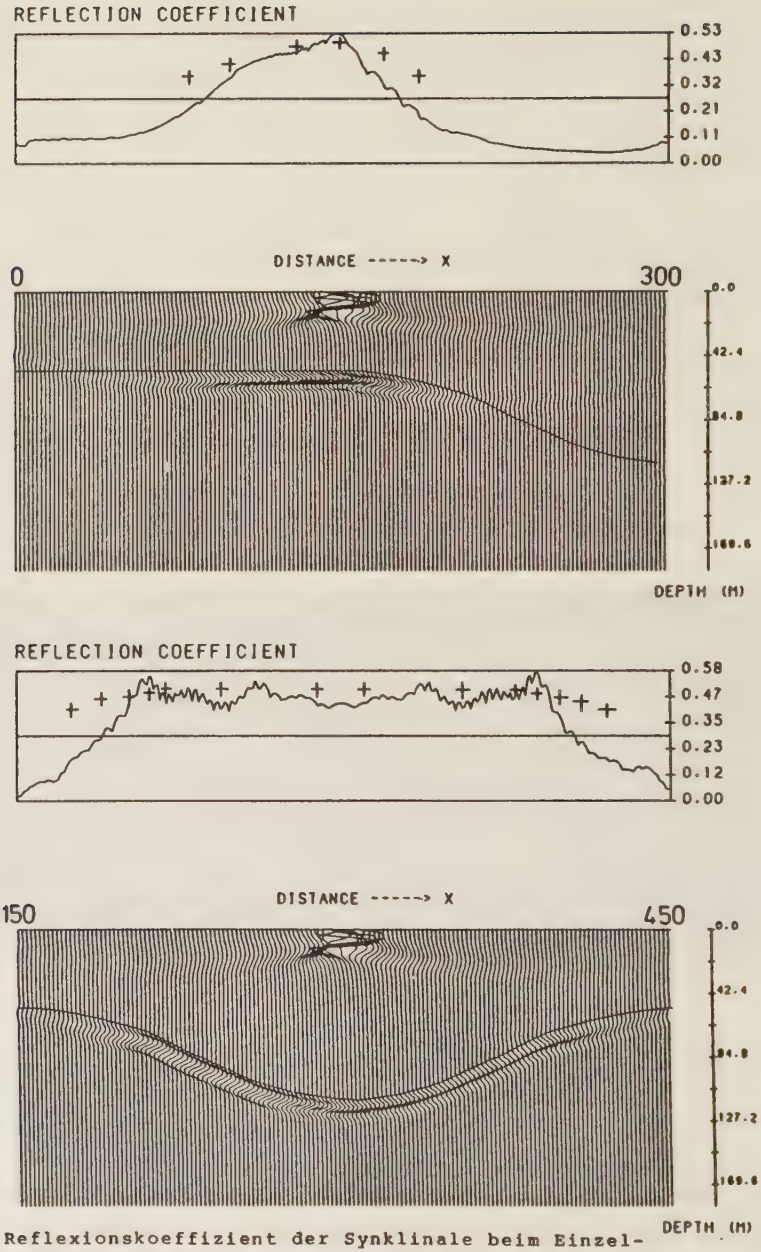


Abb. 5.15: Reflexionskoeffizient der Synklinale beim Einzelschuß-Experiment
oben: Einzelschuß bei x = 150 m
unten: Einzelschuß bei x = 300 m
+ Symbole kennzeichnen den wahren Reflexionskoeffizienten

Ebene-Wellen-Experiment

Bei der geometrischen Rekonstruktion der Synklinale aus der Ebene-Wellenantwort konnte in Kapitel 4.4 gezeigt werden, daß je nach Wahl der Einfallsrichtung der ebenen Welle diejenigen Teilbereiche des Reflektors in ihren Amplituden hervorgehoben werden, auf die die ebene Welle senkrecht auftrifft. Wir erwarten in diesem Fall für den Reflexionskoeffizienten den Wert R = 0.5. Wir werden nun die migrierte Sektion für den Fall, daß die ebene Welle unter dem Winkel von -30° auf die Struktur einfällt, untersuchen. Hierbei trifft die einfallende Welle nahezu senkrecht auf die linke Flanke der Synklinale. In der Abb. 5.14 ist nochmals die migrierte Ebene-Wellen-Sektion der Abb. 4.12 dargestellt. Darüber ist der rekonstruierte Reflexionskoeffizient abgebildet. In die Darstellung ist zusätzlich der exakte Reflexionskoeffizient eingetragen, den wir nach der Gleichung (5.1) berechnet haben. Der rekonstruierte Reflexionskoeffizient stimmt gut mit dem exakten überein. Die langwelligen Schwankungen um den exakten Wert haben ihre Ursache in der Approximation der gekrümmten Trennfläche der Synklinale im Finite-Differenzengitter durch eine Treppenfunktion. Große Abweichungen der Rekonstruktion vom exakten Reflexionskoeffizienten treten dort auf, wo aufgrund der endlichen Auslagenlänge der Einzelschuß-Experimente die Information über Teilbereiche des Reflektors fehlt. Bei gekrümmtem Reflektor erhalten wir immer einen winkelabhängigen Reflexionskoeffizienten, bei unserem Beispiel ist jedoch die Abhängigkeit vom Einfallswinkel schwach. Die Schwankungen des rekonstruierten Reflexionskoeffizienten sind so stark, daß wir die Winkelabhängigkeit im rekonstruierten Ergebnis nicht sehen können.

Einzelschuß-Experiment

In der Abb. 5.15 oben wurde der Reflexionskoeffizient für den Fall berechnet, daß der Einzelschuß sich an der Stelle x = 150 m befindet (vgl. Abb. 4.1). Bei diesem Experiment wurde aufgrund der Auslagenlänge nur ein kleiner Teil der Struktur erfaßt. Die Begrenzungen wirken wie Diffraktionskanten und beeinflussen die Amplituden auch in dem Bereich, über den seismische Information vorhanden ist. Der rekonstruierte Reflexionskoeffizient stimmt

deshalb in unserer Abbildung nur im Mittelbereich mit dem exakten Wert überein. Zu beiden Seiten hin nimmt er aufgrund seiner Winkelabhängigkeit relativ stark ab. In der Abb. 5.15 unten befindet sich der Schußpunkt an der Stelle x = 300 m über dem Zentrum der Synklinale. Hier wird der größte Bereich der Struktur erfaßt. Aufgrund der Unregelmäßigkeit der Modellstruktur schwankt der rekonstruierte Wert um den exakten Reflexionskoeffizienten und weicht bis zu 8% von ihm ab. der Schuß - punkt liegt bei diesem Experiment ungefähr im Krümmungsmittelpunkt der Synklinale. Dadurch trifft die einfallende Welle ungefähr senkrecht auf große Teile des Reflektors auf. Wir erhalten, abgesehen von den Seitenbereichen, für die gesamte Struktur einen Reflexionskoeffizienten, der nahe bei R = 0.5 liegt.

5.4 Zusammenfassung

Die Bestimmung des Reflexionskoeffizienten ist durch die Migration von Ebene -Wellen- und Einzelschuß-Zeitsektionen möglich. Die Amplitude der migrierten Tiefensektion an der Stelle (x,z) muß dazu zur Amplitude der am Ort (x,z) einfallenden Welle ins Verhältnis gesetzt werden. Da die geometrische Struktur bekannt ist, läßt sich die Amplitude der einfallenden Welle über Modellrechnungen abschätzen. Eine einfache Situation liegt im Fall von ebenen Wellen vor, da die Amplituden im Migrationsergebnis bereits bis auf einen konstanten Faktor den Reflexionskoeffizienten repräsentieren. Der rekonstruierte Reflexionskoeffizient weicht zum einen von dem exakten Wert ab, wenn Diffraktionskanten das reflektierte Wellenfeld auf dem Reflektor modifizieren, und wenn zum anderen durch die endliche Auslagenlänge der Meßanordnung an der Oberfläche nicht die gesamte Reflexionsantwort der Struktur erfaßt wurde. Die Rekonstruktion des Reflexionskoeffizienten wurde an den Modellen des horizontalen und geneigten Reflektors mit lateral variablen Materialeigenschaften und an dem Synklinalmodell demonstriert. Starke Reflexionskoeffizienten lassen sich von schwachen in den migrierten Tiefensektionen deutlich unterscheiden. Der Übergang verschmiert sich aufgrund der Diffraktion über einen Bereich von 1-2 Wellenlängen.

Zum Vergleich wurde für alle Modelle das CMP-Experiment durchgeführt. Mit diesem Verfahren kann der Reflexionskoeffizient der

Struktur nicht bestimmt werden. Am Beispiel der komplizierten Synklinale führt die Interpretation von Amplituden zu falschen Aussagen über die Reflexionsstärke. Bei den einfachen Reflektoren konnte jedoch gezeigt werden, daß die relative Änderung des Reflexionskoeffizienten korrekt, allerdings nicht sein absoluter Wert, bestimmt werden kann.

6. Diskussion und Folgerungen für die praktische Anwendung

In dieser Arbeit wurde die Rekonstruktion von Untergrundstrukturen aus CMP-, Einzelschuß- und Ebene-Wellen-Zeitsektionen untersucht. Dazu wurden Modellstrukturen vorgegeben, und die Reflexionsantworten an der Oberfläche berechnet. Im Vordergrund stand die Simulation des Standard-Feldexperiments, bei dem durch zahlreiche Einzelschuß-Experimente mit unterschiedlichen Schußpunktpositionen der Untergrund seismisch mehrfach überdeckt wird. Mit der CMP-Stapeltechnik (vgl. Kap. 4.2) wurde die CMP-Zeitsektion konstruiert, aus der mit Hilfe des Modells des explodierenden Reflektors die Untergrundstruktur rekonstruiert wurde. Das CMP-Experiment wurde sinnvoll ausgeführt, d.h. bei der Geometrie des Reflektors wurde die Auslage der Geophone so gewählt, daß bei der Stapelung in der CMP-Gruppe entlang Laufzeitparabeln die Abweichung von der wahren Laufzeitkurve der Reflexion nicht größer als eine Periode war (vgl. Abb. 4.3). Die Form des Anregungssignals blieb in diesem Fall in der gestapelten CMP-Zeitsektion erhalten. In dem CMP-Experiment wurde genauso wie im Einzelschuß- und Ebene-Wellen-Experiment von dem Idealfall ausgegangen, daß die Migrationsgeschwindigkeit bekannt war. Führt man in dieser Weise das CMP-Experiment durch, läßt sich der Reflektor geometrisch gut rekonstruieren. Die Vorteile, die das CMP-Verfahren bietet, sind die Verbesserung des Signal-Noise-Verhältnisses gegenüber Einzelschuß-Sektionen, die Schwächung von multiplen Reflexionen und die Reduktion der vielen Einzelschußdaten auf eine einzige CMP-Sektion, die durch einmalige Migration als Ergebnis die gesamte Reflexionsstruktur liefert. Das CMP-Verfahren hat sich in der Praxis bewährt, jedoch können Probleme auftreten, wenn es auf komplizierte Untergrundstrukturen mit steilen Schichtneigungen und großen Geschwindigkeitskontransten angewendet wird (Schultz und Sherwood, 1980; Jain und

Wren, 1980). Die Voraussetzung der CMP-Migration, daß die CMP-Zeitsektion äquivalent zur Zero-Offset-Sektion ist, ist in diesen komplizierten Fällen ungültig. Bei der Synklinale beispielsweise messen wir an der Erdoberfläche durch die Krümmung des Reflektors ein fokussiertes Wellenfeld. Bei der CMP-Technik wird dieses Wellenfeld an der Oberfläche gestapelt. Wie wir in der Abb. 5.2 gesehen haben, gelang es zwar immer noch den Reflektor geometrisch zu rekonstruieren, jedoch stimmten die Amplituden in der CMP-Sektion nicht mehr mit denen der Zero-Offset-Sektion überein. In Extremfällen werden Nutzsignale durch die Stapelung zerstört. Hieraus wurde die Motivation abgeleitet, Verfahren zu untersuchen, die die CMP-Stapeltechnik vermeiden.

Einzelschuß- und Ebene-Wellen-Migration sind Verfahren, die ohne die CMP-Stapelung auskommen. Beide Migrationsverfahren unterscheiden sich von dem CMP-Verfahren prinzipiell darin, daß sie als Eingabedaten für den Rekonstruktionsprozeß physikalisch meßbare Wellenfelder benutzen. Bei der Einzelschuß-Migration verwendet man direkt die Reflexionsantwort, die wir bei einer Anregung mit einem Einzelschuß an der Oberfläche erhalten. Aus Rechenzeitgründen ist dabei wichtig, daß man, wie in dieser Arbeit gezeigt wurde, aus einem einzelnen Experiment die Untergrundstruktur, bzw. Teilbereiche davon, rekonstruieren kann. Bei dem in der Literatur bekannten Verfahren der Migration vor dem Stapeln müssen mit vergleichsweise großem Rechenzeitaufwand alle Einzelschuß-Experimente zweimal migriert werden (vgl. Kap. 1, Seite 11-12). Bei der Ebenen-Wellen-Migration verwendet man als Eingabedaten die Ebene-Wellenantwort der Struktur, d.h. die Reflexionsantwort, die wir erhalten, wenn die Struktur mit einer ebenen Welle beliebiger Einfallsrichtung angeregt wird. Diese Ebene-Wellenantwort läßt sich aus den Einzelschuß-Experimenten synthetisieren und sie bedarf keiner prinzipiell anderen Feldtechnik (vgl. Kap. 4.4). Die Konstruktion von Ebene-Wellen-Sektionen führt auf eine statische Stapelprozedur, die im Vergleich zur dynamischen CMP-Stapelung leichter zu handhaben ist. Die Stapelgeschwindigkeit läßt sich wählen, je nachdem welches Reflektorelement man rekonstruieren möchte.

Die Realisierung der Einzelschuß- und Ebene-Wellen-Migration ist auf einfache Art und Weise durch die Modifizierung der Abbildungsbedingung des CMP-Verfahrens möglich (vgl. Kap. 2.1). Die Wellenfeldfortsetzung des bekannten Wellenfeldes an der Erdoberfläche geschieht bei der CMP-, Einzelschuß- und Ebene-Wellen-Migration mit derselben Wellengleichung (2.8). Die hier gezeigten Berechnungen gelten für den Fall, daß die Geschwindigkeit v = const ist. Wir haben uns in dieser Grundlagenuntersuchung darauf beschränkt, eine einzige Trennfläche zu rekonstruieren. Die Abbildungsbedingungen des Kap. 2.1 lassen sich hier einfach formulieren. Wenn wir den komplizierteren Fall mehrerer Trennflächen in einem inhomogenen Medium zulassen, können wir ebenfalls das hier entwickelte Prinzip, über die Abbildungsbedingung die Einzelschuß- und Ebene-Wellen-Migration zu realisieren, anwenden. Die Aufgabe, die hierbei gelöst werden muß, ist die Bestimmung der Laufzeit der direkten Welle vom Quellpunkt an der Oberfläche zu einem beliebigen Aufpunkt in der inhomogenen Struktur. Prinzipiell ist diese Aufgabe mit strahlenseismischen Methoden lösbar. Ist beispielsweise die Form und die Tiefenlage des ersten Reflektors bekannt und wir interessieren uns für die Laufzeiten der direkten Welle von der Quelle zu Aufpunkten in einem bestimmten Tiefenniveau unterhalb des ersten Reflektors, so können wir strahlenseismisch, bei Kenntnis der Geschwindigkeiten oberhalb und unterhalb des Reflektors, die Laufzeitkurve der direkten Welle ermitteln. Entlang dieser Laufzeitkurve wird dann das bis zu dem Tiefenniveau fortgesetzte Wellenfeld abgetastet. Für jedes Tiefenniveau muß die Bestimmung der Einsatzzeit der direkten Welle wiederholt werden. Solange die Laufzeitkurve eindeutig ist, d.h. keine Schleifen aufweist, ist dieses Verfahren einfach durchzuführen. Zusätzlich müssen wir zur Fortsetzung des Wellenfeldes durch eine lateral inhomogene Schicht von der allgemeinen Gleichung (2.6) ausgehen. Die Lösung dieser Gleichung unter Vernachlässigung des Amplitudenterms A_3 wurde von Judson et al. (1980) und Schultz und Sherwood (1980) bereits realisiert.

Als Modellstruktur wurde bei unseren Untersuchungen die Synklinale gewählt, weil diese durch ihre fokussierenden Abbildungseigenschaften ein kompliziertes reflektiertes Wellenfeld an

der Erdoberfläche erzeugt. An die Migrationsverfahren wurden dadurch hohe Anforderungen hinsichtlich der geometrischen Rekonstruktion der Form der Synklinale und der Bestimmung des Reflexionskoeffizienten gestellt. Zur Berechnung der Reflexionsantworten wurde eine Finite-Differenzen-Approximation der skalaren Wellengleichung verwendet, die sich auf beliebig komplizierte Untergrundstrukturen anwenden läßt (vgl. Kap. 3.2). Der Sinn der Anwendung dieses rechenzeitaufwendigen Verfahrens lag darin, möglichst exakte Reflexionsantworten zu erhalten, die einem tatsächlichen physikalischen Experiment entsprechen. Dieses Modellierungsverfahren berücksichtigt sowohl die Amplitudenabnahme durch die räumliche Ausbreitung der Welle, als auch die Winkelabhängigkeit des Reflexionskoeffizienten. Das Migrationsverfahren andererseits verwendet eine approximierte Einweg-Wellengleichung zur Wellenfeldfortsetzung. Zur Modellierung und zur Rekonstruktion werden also unterschiedliche mathematische Beschreibungsweisen verwendet, so daß die Gültigkeit der Näherung der Einwegwellengleichung bestätigt werden kann, und Aussagen über die Rekonstruktion des Reflexionskoeffizienten sinnvoll sind.

Die Auslagenlänge, entlang der zu jedem Einzelschuß die Reflexion berechnet wurde, wurde den praktischen Verhältnissen der CMP-Technik angepaßt. Eine obere Begrenzung ergibt sich beispielsweise durch die Forderung, daß die Stapelung der Reflexionssignale nicht zum Zerstapeln der Nutzenergie führen darf. Die Auslagenlänge muß weiterhin so gewählt werden, daß keine refraktierten Wellen registriert werden, da diese aufgrund des Laufweges von dem hier verwendeten FD-Migrationsverfahren nicht behandelt werden können. Die geometrische Rekonstruktion der Synklinale mit Hilfe der CMP-Technik war erfolgreich bei der Wahl einer Auslagenlänge vom entferntesten Geophon zum Schußpunkt, die ungefähr der doppelten Tiefe des Reflektors entsprach. Wir erhielten als Ergebnis der Migration der CMP-Zeitsektion die gesamte Reflexionsstruktur, die gut mit dem wahren Verlauf der Synklinale übereinstimmte.

Im Fall der Migration von Einzelschuß- und Ebene-Wellen-Sektionen unterliegen wir nicht den Einschränkungen der CMP-Stapeltechnik. Hier ist es von praktischer Bedeutung, die Auslagenlänge möglichst

groß zu wählen, damit man viel Information über die reflektierende Struktur erhält. Im speziellen Fall des 45° Finite-Differenzen-Migrationsverfahren unterliegen wir jedoch der Einschränkung, daß die Approximation der Einwegwellengleichung nur gültig ist, wenn die reflektierte Wellenenergie unter einem Winkel bis ca. 45°-50°, gegen die Normale gemessen, die Oberfläche erreicht. Als sinnvoll hat es sich erwiesen, das Einzelschuß-Experiment symmetrisch zum Schußpunkt zu beobachten, wobei die maximale Auslagenlänge genauso wie im CMP-Experiment gewählt wurde. Bei der Migration von Einzelschuß-Sektionen konnten aufgrund der endlichen Auslage, je nach Wahl des Schußpunktes,nur Teilbereiche des Reflektors rekonstruiert werden. Für die Praxis empfiehlt sich zur Rekonstruktion eines bestimmten Reflektorelements, dasjenige Einzelschuß-Experiment zu wählen, bei dem der Schußpunkt in der Nähe des Schnittpunktes des Lotstrahles mit der Oberfläche liegt. Bei den synthetischen Modellrechnungen wurde der Einfluß von Störsignalen (Noise) auf die Qualität der Seismogramme vernachlässig. Der Vorteil der CMP-Technik liegt ja darin, daß die CMP-Stapelsektion ein besseres Signal-Noise-Verhältnis aufweist, als die Einzelschuß-Sektion. Zur Verbesserung der Qualität der migrierten Einzelschuß-Sektion kann man sich jedoch vorstellen, die Migrationsergebnisse benachbarter Schußpunkte zu stapeln. Die Einzelschuß-Experimente benachbarter Schüsse überdecken den gleichen Bereich des Reflektors und wir können erwarten, daß die Signale im Migrationsergebnis, die zu einem Reflexionselement gehören, sich konstruktiv überlagern, im Gegensatz zum inkohärenten Noise, der sich zerstapelt. Diese Verfahrensweise hätte Vorteile gegenüber der CMP-Stapelung, bei der Reflexionssignale unterschiedlicher Laufwege an der Oberfläche gestapelt werden, da hier das reflektierte Wellenfeld direkt auf dem Reflektor überlagert wird.

Es konnte weiterhin gezeigt werden, daß aus jeder Einzelschuß-Sektion die Ebene-Wellenantwort synthetisiert werden kann. Dabei kann die Untergrundstruktur beliebig geformt sein. Die Grundlage dafür bietet das Reziprozitätsprinzip, das hier auf den SH-Fall angewendet wurde. Mit dem Finite-Differenzen-Verfahren berechnete Ebene-Wellenantworten stimmten sehr gut mit den

synthetisierten überein. Auch hier gilt die Forderung, von Einzelschuß-Reflexionsantworten auszugehen, in denen über möglichst große Auslagen die Reflexion gemessen wurde. Die Anzahl der Schußpunkte und damit die Anzahl der Ebene-Wellenantworten muß die gleiche sein, wie im CMP-Experiment, da der Abstand der Schußpunkte die räumliche Aliasingbedingung für die Migration erfüllen muß. Obwohl die synthetisierte Ebene-Wellenantwort bei unseren Modellrechnungen nicht vollständig war, konnte gezeigt werden, daß je nach Wahl der Einfallsrichtung jedes Reflektorelement der Synklinale rekonstruiert werden kann. Empfehlenswert ist es, die Einfallsrichtung immer so zu wählen, daß die ebene Welle senkrecht auf das zu rekonstruierende Reflektorelement einfällt. Wir können dann erwarten, daß das rekonstruierte Reflektorelement in den migrierten Sektionen durch die größten Amplituden sichtbar ist. Schultz und Claerbout (1978) konnten zeigen, daß das Signal-Noise-Verhältnis von Ebene-Wellen-Sektionen besser als das der Einzelschuß-Reflexionsantwort ist und geringer als das der CMP-Stapelsektion. Man kann sich auch hier vorstellen, die migrierten Ebene-Wellenantworten benachbarter Einfallswinkel zu überlagern. Man hätte wiederum den Vorteil, die Reflexionen direkt auf dem Reflektor zu stapeln.

Die Tatsache, daß die Einzelschuß- und Ebene-Wellen-Migration von physikalisch meßbaren Wellenfeldern ausgeht, läßt sich, im Gegensatz zur CMP-Migration, die auf Modellannahmen beruht und von Wellenfeldern ausgeht, die sich durch kein physikalisches Experiment realisieren lassen, ausnutzen, den Reflexionskoeffizienten der Struktur zu bestimmen. Es konnte gezeigt werden, daß die CMP-Stapelung der Reflexionsantworten der Synklinale und die Migration von Zero-Offset-Sektionen zu falschen Aussagen über die Reflexionsstärke der Struktur führen. Bei dem einfachen horizontalen und geneigten Reflektormodell mit lateral veränderlichen Materialeigenschaften zeigte sich jedoch, daß bei der sinnvollen Anwendung des CMP-Verfahrens richtige Aussagen über die laterale Änderung der Reflexionskoeffizienten gemacht werden können. Die Bestimmung des Reflexionskoeffizienten aus Einzelschuß- und Ebene-Wellen-Sektionen ist möglich, wenn die Amplituden in der migrierten Tiefensektion zu der Amplitude der einfallenden Welle auf dem Reflektor ins Verhältnis gesetzt

wird. Die Migration von Ebene -Wellen-Sektionen hat dabei den Vorteil gegenüber der Einzelschuß-Migration, daß der Reflexionskoeffizient bis auf einen konstanten Faktor bereits in der migrierten Sektion sichtbar ist. Bei einem gekrümmten Reflektor erhält man einen winkelabhängigen Reflexionskoeffizienten. Die Winkelabhängigkeit des Reflexionskoeffizienten ist in den migrierten Einzelschuß-Sektionen deutlicher sichtbar als bei ebenen Wellen. Fehler in der Bestimmung des Reflexionskoeffizienten entstehen in der Nähe von Diffraktionskanten, wo die diffraktierte Welle auf dem Reflektor sich dem reflektierten Wellenfeld konstruktiv bzw. destruktiv überlagert (vgl. Abb. 5.5). Der Bereich, in dem die Überlagerung beider Wellenfelder stattfindet, beträgt ca. 1 - 2 Wellenlängen. Diffraktionskanten, bzw. Störungen der Struktur lassen sich geometrisch bestimmen, da der rekonstruierte Reflexionskoeffizient dort den Mittelwert des links- und rechtsseitigen Reflexionskoeffizienten annimmt.

Die Rolle, die der Einzelschuß- und der Ebene-Wellen-Migration in der Praxis zukommt, kann aufgrund des hohen Rechenzeitaufwandes gegenwärtig nur in Spezialuntersuchungen einzelner Reflexionselemente liegen. Wenn mit Hilfe des CMP-Standardverfahrens Informationen über die Struktur gewonnen worden sind, läßt sich die Einzelschuß- oder Ebene-Wellen-Migration zur Abklärung von Einzelfragen einsetzen. Der Erfolg wird davon abhängen, inwieweit es gelingt diese Verfahren für den Mehrschichtfall zu formulieren.

7. Literaturverzeichnis

Alford, R.M., Kelly, K.R., Boore, D.M.: Accuracy of finite difference modelling of the acoustic wave equation. Geophysics 39, 834-842, 1974

Alterman, Z., Loewenthal, D.: Computer generated seismograms. In: Methods in computational physics, vol. 12, B. Bolt, B. Adler, S. Fernbach, M. Rothenburg, eds., New York: Academic Press, 1972

Berkhout, A.J.: Steep dip finite difference migration. Geophysical Prospecting 27, 196-213, 1979

Buchen, P.W., Haddon, R.A.W.: Diffraction of a plane pulse by thin arbitrary shaped obstacles. J. Acoust. Soc. Am. 68, 309-313, 1980

Buchen, P.W., Haddon, R.A.W.: Isochronale formulation of seismic diffraction. In: Identification of seismic sources - Earthquake or underground explosion. E.S. Husebye and Svein Mykkeltveit, eds., D. Reidel publ. Co.

Claerbout, J.F.: Coarse grid calculations of waves in inhomogeneous media with application to delineation of complicated seismic structure. Geophysics 35, 407-418, 1970

Claerbout, J.F.: Toward a unified theory of reflector mapping. Geophysics 36, 467-481, 1971

Claerbout, J.F., Johnson, A.G.: Extrapolation of time dependent waveforms along their path of propagation. Geophys. J.R. astr. Soc. 26, 285-293, 1971

Claerbout, J.F.: Fundamentals of geophysical data processing. McGraw Hill, N.Y., 1976

Clayton, R.W., Engquist, B.: Absorbing boundary conditions for wave-equation migration. Geophysics 45, 895-904, 1980

Doherty, S.M., Claerbout, J.F.: Structure independent velocity estimation. Geophysics 41, 850-881, 1976

Dunkin, J.W., Levin, F.K.: Effect of NMO on a seismic pulse. Geophysics 38, 635-642, 1973

Fertig, J., Müller, G.: Approximate diffraction theory for transparent half planes with application to seismic-wave diffraction at coal seams. J. Geophysics 46, 349-367, 1979

French, W.S.: Computer migration of oblique seismic reflection profiles. Geophysics 40, 961-980, 1975

Haagedorn, J.G.: A process of seismic reflection interpretation. Geophysicsl Prospecting 2, 85-127, 1954

Hatton, L., Larner, K., Gibson, B.S.: Migration of seismic data from inhomogeneous media. Geophysics 46, 751-767, 1981

Hilterman, F.J.: Three dimensional seismic modelling. Geophysics 35, 1020-1037, 1970

Hilterman, J.F.: Amplitudes of seismic waves - a quick look. Geophysics 40, 745.762, 1975

Hood, P.; Finite difference and wave number migration. Geophysical Prospecting 26, 773-789, 1978

Jain, S., Wren, A.E.: Migration before stack - procedure and significance. Geophysics 45, 204-212, 1980

Judson, D.R., Lin, J., Schultz, P.S., Sherwood, J.W.C.: Depth migration after stack. Geophysics 45, 361-375, 1980

Kjartansson, E.: Attenuation of seismic waves in rocks and applications in energy exploration. Ph.D. thesis, Stanford University, 1979

Korn, M., Stöckl, H.: Reflexion and transmission of Love Channel waves at coal seam discontinuities computed with a finite difference method. J. Geophysics 50, 171-176, 1982

Küpper, F.J.: Theoretische Untersuchungen über die Mehrfachaufstellung von Geophonen. Geophysical Prospecting 6, 194-256, 1958

Levin, F.K.: Apparent velocity from dipping interface reflections. Geophysics 36, 510-516, 1971

Loewenthal, D., Lu, L., Roberson, R., Sherwood, J.: The wave equation applied to migration. Geophysical Prospecting 24, 380-399, 1976

Mayne, W.H.: Common reflection point horizontal data stacking techniques. Geophysics 27, 927-938, 1962

Müller, G.: Direct inversion of seismic observations. Zeitschrift für Geophysik 37, 225-235, 1971, Physica Verlag, Würzburg

Riley, D.C., Claerbout, J.F.: 2D multiple reflections. Geophysics 41, 592-620, 1976

Ristow, D.: 3D-downward extrapolation of seismic data in particular by finite difference methods. Ph.D. thesis, Rijksuniversität Utrecht, 1980

Schneider, W.A.: Integral formulation for migration in two and three dimensions. Geophysics 43, 49-76, 1978

Schultz, P.S., Claerbout, J.F.: Velocity estimation and downward continuation by wavefront synthesis. Geophysics 43, 691-714, 1978

Schultz, P.S., Sherwood, J.W.C.: Depth migration before stack. Geophysics 45, 376-393, 1980

Stolt, R.H.: Migration by Fourier-transforms. Geophysics 43, 23-48, 1978

Taner, M.T., Koehler, F.: Velocity spectra-digital computer derivation and application of velocity functions. Geophysics 34, 859-881, 1969

Trorey, A.W.: A simple theory for seismic diffractions. Geophysics 35, 762-784, 1970

Yilmaz, Ö., Claerbout, J.F.: Prestack partial migration. Geophysics 45, 1753-1779, 1980

Danksagung

Diese Arbeit ist im Rahmen eines über den Zeitraum 1980-1982 vom Land Nordrhein-Westfalen und der Ruhrkohle AG finanziell geförderten Forschungsprojektes "Verbesserung der Lagerstättenkenntnis (Seismische Aufschlußverfahren im Steinkohlengebirge, Modellseismische Untersuchungen)" entstanden.

Sie ist angeregt worden von Prof. Dr. G. Müller, dem ich für seine engagierte Betreuung dankbar bin.

Besonders wichtig und hilfreich waren für mich die Diskussionen in der Arbeitsgruppe mathematische Geophysik am Institut für Meteorologie und Geophysik in Frankfurt, die sich aus W. Brüstle, S. Faber, H. Häge, M. Korn, G. Müller und J. Schlittenhardt zusammensetzte, und in der mir die Anfertigung dieser Arbeit Spaß gemacht hat.

Bei Ingrid Hörnchen bedanke ich mich für die schnelle und unproblematische Ausführung der Schreibarbeiten.

Die numerischen Rechnungen wurden auf der DEC 1091 des Rechenzentrums der Universität Frankfurt/M. durchgeführt.

LEBENSLAUF

Paul Temme

geboren am 14.3.1949 als Sohn des Architekten Anton Temme und seiner Ehefrau Anna Temme, geb. Wischnewski in Spachbrücken/ Dieburg

Ausbildung und berufliche Tätigkeit

1955 - 1959	Besuch der Grundschule in Wiesbaden
1959 - 1966	Besuch des Realgymnasiums und der Realschule in Wiesbaden - mittlere Reife -
1967 - 1970	Ausbildung zum Elektromechaniker - Fachrichtung Elektronik - bei der IBM-Deutschland,Werk Mainz
1970 - 1974	Studium der Physikalischen Technik an der Fachhochschule Wiesbaden in Rüsselsheim
1974	Abschluß als Ing.(grad) Phys.Technik Thema der Abschlußarbeit: Berechnung und Messung des Aufheizvorgangs eines zylinderförmigen Wärmespeichersteins
1974 - 1979	Studium der Geophysik, Physik und Mathematik an der J.w. Goethe-Universität Frankfurt/M
1975	Vordiplom in Geophysik
1979	Diplom in Geophysik Thema der Diplomarbeit: Die Bildung und Entwicklung von tektonischen Schwächezonen als Folge von Hebungen
1976 - 1979	wissenschaftliche Hilfskraft am Institut für Meteorologie und Geophysik Frankfurt
1979 - 1982	wissenschaftlicher Mitarbeiter bei Prof. Dr. G. Müller am Inst.f.Meteorologie und Geophysik Frankfurt
	Mitarbeit im Forschungsprojekt "Verbesserung der Lagerstättenkenntnis (seismische Aufschlußverfahren im Steinkohlengebirge, Modellseismische Untersuchungen)" Auftraggeber: Land Nordrhein-Westfalen und Ruhrkohle AG
1983	Anfertigung der Dissertation
18.8.1979	Eheschließung mit der Ethnologin Gesine Schroeter-Temme
25.2.1980	Geburt unseres Sohnes Kristan

Publikationen:

Neugebauer,H.J., Temme,P.: Crustal uplift and the propagation of failure zones. Tectonophysics 73, 33-51, 1981

Temme,P., Müller,G.: Numerical simulation of vertical seismic profiling. J.Geophys. 50, 177-188, 1982

Druck: a. d. Copy, Küsthardtstraße 3, 3200 Hildesheim, Telefon (0 51 21) 13 32 66